تقدير مخصص الخسارة
فى تأمين الطيران باستخدام طريقة Panning

دكتورة/ جيهان مسعد المعداوى
مدرس بقسم الاحصاء التطبيقى والتأمين
كلية التجارة – جامعة المنصورة

الملخص:

تهدف هذه الدراسة إلى تقدير مخصص الخسارة فى تأمين الطيران باستخدام طريقة Panning، وتوصلت الدراسة إلى أن النتائج كانت متماثلة عند إستخدام طريقة Panning فى تقدير مخصص الخسارة سواء بإستخدام الطرق الأساسية أو بإستخدام نموذج Bornhuetter-Ferguson ، بينما أدت للحصول على نتائج مختلفة فى حالة تطبيق نموذج Bornhuetter-Ferguson ، مع ثبات الخسائر النهائية المتوقعة لطريقة Panning وتغير أنصبة التطور للخسائر التراكمية، أو من خلال إستخدام علاقة رياضية مختلفة فى حساب الخسائر النهائية المتوقعة لطريقة Panning. وتغير أنصبة تطور الخسائر التراكمية. فى ضوء النتائج السابقة فإن طريقة Panning لتقدير مخصص الخسارة قد أثبتت بساطتها وسهولتها وإمكانية تطبيقها عملياً. وبالتالى، توصى الدراسة بتطبيق هذه الطريقة فى تقدير مخصص الخسارة فى شركات التأمين بجانب الطرق المختلفة التى تعتمد على run-off triangle للتوصل إلى أفضل تنبؤ فى ضوء البدائل المختلفة.

الكلمات المفتاحية: مخصص الخسارة، run-off triangles ، طريقة Panning ، نموذج Bornhuetter-Ferguson.

ABSTRACT:

The study aims to estimate loss reserve in the aviation insurance using Panning method, and the study found that the results were similar when using Panning method to estimate loss reserve by elementary methods or by using Bornhuetter-Ferguson principle, while led to get different results in the case of the application Bornhuetter-Ferguson principle. with the Panning expected ultimate losses and change of cumulative quota. or through the use of different mathematical relationship to calculate the panning expected ultimate losses with change of cumulative quota. The study

recommends applying the Panning method to estimate the loss reserve in insurance companies as well as the different ways that depends on the run-off triangles to reach the best prediction in the light of the various alternatives.

مقدمة:

يعتبر تقدير مخصص الخسارة (Loss Reserving) هو أحد المهام الضرورية المطلوبة من الخبير الإكتوارى وأحد المتطلبات القانونية التى يجب على شركات التأمين أن تلتزم بها، وهو مبلغ تقوم شركة التأمين بحجزه لتغطية إلتزاماتها المستقبلية تجاه حملة الوثائق. ويتكون مخصص الخسارة من مخصص عن المطالبات تحت التسوية ومخصص عن المطالبات التى وقعت ولم يتم الإبلاغ عنها (IBNR) وهى اختصار لـ Incurred But Not Reported ، (Hossack *et al.*, 1999)، وينقسم إلى جزئين:

١- Pure IBNR : وهو يمثل القيمة الواجب تقديرها للحوادث التى وقعت قبل نهاية السنة المالية ولم يتم الإبلاغ عنها.

٢- Incurred But Not Enough Reported (IBNER) : وهو يمثل القيمة التى تعكس التغير بالزيادة أو بالنقصان فى القيمة المقدرة للتعويضات المبلغ عنها فقط، حيث يمثل تغطية التغير بالزيادة أو النقصان فى مخصص التعويضات تحت التسوية، (تقرير إكتوارى ٢٠١٠).

ولذلك فإن الهدف الأساسى من حساب مخصص الخسارة هو تقدير قيمة الأموال التى يجب على شركة التأمين أن تحتفظ بها لكى تكون قادرة على الوفاء بدفع التعويضات المستقبلية الناتجة عن وثائق أصدرت بالفعل، بالإضافة إلى أن الشركة تحتاج إلى معرفة التكلفة الإجمالية لدفع التعويضات من أجل تقدير الأقساط المستقبلية التى تتناسب مع تكلفة الخطر، ولا يمكن التنبؤ بالقيمة الفعلية لتلك الاحتياطيات ولكن الهدف هو الوصول إلى أفضل تقدير لها، (أحمد فؤاد سليم وأخرون ٢٠٠٤). فمن الواضح أن مخصصات الخسارة ذات تأثير معنوى على القوة المالية والاستقرار المالى لشركة التأمين، وعدم كفاية مبلغ المخصص قد يؤدى إلى الإعسار المالى، بينما التقدير الزائد لمبلغ المخصص ربما يخفض أرباح شركة التأمين. وتعتمد شركات التأمين على نتائج تحليل مخصص الخسارة فى اتخاذ القرارات المالية مثل الاستثمار والتسعير وخطط الاندماج، (Daniel Cheung, 1997).

مشكلة البحث:

يعتبر مخصص الخسارة من الموضوعات الهامة فى الرياضة الإكتوارية. لأن الهدف منه هو التنبؤ بالخسائر المستقبلية الناتجة عن مطالبات قد وقعت فى الماضى ولكن لم يتم تسويتها. وتكمن مشكلة البحث فى تقدير مخصص الخسارة حيث أن بعض المطالبات قد تأخر تسجيلها، وبعض المطالبات التى تم تسجيلها قد تأخر تسويتها. وهذه المشكلة تعد ذات أهمية فى تأمين الممتلكات والمسئولية، حيث أن مبلغ المخصصات الإجمالى للمطالبات التى وقعت فى الماضى ربما يتعدى دخل القسط السنوى (Klaus D. Schmidt, 2012). لذلك أقترح الإكتواريون طرق عديدة لحساب مخصص الخسائر تعتمد على run-off triangles. وفى هذه الطرق يفترض أن المطالبات يتم تسويتها خلال عدد محدد لسنوات التطور، وتطور الخسائر السنوية أو التراكمية عن نفس العدد لسنوات الحادث يكون معروف حتى السنة الميلادية الحالية وتمثل الخسائر فى مثلث run-off (Klaus D. Schmidt, 2006)

الهدف من البحث:

يهدف هذا البحث إلى تقدير مخصص الخسارة فى فرع تأمين الطيران بإستخدام طريقة Panning للتنبؤ بالخسائر التراكمية سواء من خلال:

١- التنبؤ بإستخدام الطرق الأساسية.

٢- التنبؤ بإستخدام نموذج Bornhuetter-Ferguson مع ثبات الخسائر النهائية المتوقعة لطريقة Panning وتغير أنصبة التطور للخسائر التراكمية.

٣- التنبؤ باستخدام نموذج Bornhuetter-Ferguson من خلال إستخدام معادلة رياضية أخرى فى حساب الخسائر النهائية المتوقعة لطريقة Panning ، وتغير أنصبة تطور الخسائر التراكمية.

٤- مقارنة النتائج من خلال مقارنة الخسائر التراكمية المستقبلية من أجل التوصل إلى أفضل تقدير لمخصص الخسارة.

أهمية البحث:

تظهر أهمية هذه الدراسة من خلال أهميتها وضرورتها لسوق التأمين المصرى، ويرجع ذلك بصفة عامة إلى أن تقدير المخصصات الفنية من أكثر المهام صعوبة التى يقوم بها الخبير الإكتوارى، ولإختبار مدى كفاية المخصصات الفنية فإنه يوجد العديد من الطرق والمناهج التى يمكن توظيفها للوصول إلى التقدير النهائى، إلا أنه فى ظل المتغيرات الاقتصادية المتلاحقة لسوق التأمين المحلى والدولى الأمر الذى يجعل من عملية التقدير أكثر صعوبة وتتطلب المراجعة المستمرة للمخصصات الفنية المقدرة، (أسامة حنفى، ٢٠٠٣). وبصفة خاصة، أن تقدير مخصصات الخسارة (loss reserving) أو مخصصات المطالبات (claim reserving) إحدى أهم وظيفتين تقوم بها شركة التأمين إلى جانب إعداد السعر وإن كانت الوظيفة الأولى هى الأكثر أهمية حيث نجد أن معظم التشريعات تتطلب وفقاً لأحكام القانون المنظم لنشاط التأمين أن يقوم خبير إكتوارى بالتصديق على كفاية وكفاءة تقدير مخصصات الخسارة لشركة التأمين. وتعتبر هذه المخصصات إلى حد بعيد أكبر المسئوليات التى يتحملها المؤمن فى تأمينات الممتلكات والمسئولية حيث أن تقديرها يعتمد على حوادث مستقبلية غير معروفة وبالتالى يعتبر نوعاً من التعامل مع حالة من عدم التأكد بصورة كبيرة، (على الديب ٢٠٠١).

محددات البحث:

تمت هذه الدراسة على بيانات شركة مصر للتأمين وتم التطبيق على فرع تأمين الطيران. وتمت الدراسة على التعويضات المسددة من عام ٢٠٠٣ حتى عام ٢٠٠٨، والأقساط المكتسبة خلال تلك الفترة، وقد تم تنظيم البيانات فى شكل run-off triangle وفقاً لسنة الحادث وسنة التطور (السداد).

طريقة Panning فى تقدير مخصص الخسارة:

أولاً: التنبؤ بإستخدام الطرق الأساسية:

تعتمد طريقة panning على افتراض وجود المعلمات التالية: $\beta=(\beta_0,\beta_1,\dots\dots,\beta_n)$ ، حيث أن:

$$\beta_k=\frac{E[Z_{i,k}]}{E[Z_{i,0}]}$$

لكل $(k\in\{0,1,\dots\dots,n\}, i\in\{0,1,\dots,n\})$ حيث تمثل المعلمات $\beta:=(\beta_0,\beta_1,\dots\dots,\beta_n)$ نمط تطور لنسب الخسارة السنوية.

حيث أن:

$$\hat{\beta}_k^{PA}:=\frac{\sum_{j=0}^{n-k} Z_{j,0}Z_{j,k}}{\sum_{j=0}^{n-k} Z^2_{j,0}}=\sum_{j=0}^{n-k}\frac{Z^2_{j,0}}{\sum_{h=0}^{n-k} Z^2_{h,0}}\frac{Z_{j,k}}{Z_{j,0}}$$

ومن العلاقة السابقة نجد أن:

$$\hat{\beta}_0^{PA}=1$$

ويتم حساب قيم الخسائر التراكمية المتوقعة (غير المشاهدة) باستخدام طريقة Panning من خلال المعادلة التالية:

$$\hat{S}^{PA}_{i,k}:=S_{i,n-i}+Z_{i,0}\sum_{l=n-i+1}^{k}\hat{\beta}^{PA}_l$$

حيث أن:

$S_{i,n-i}$: الخسارة التراكمية للسنة الحالية (n).

β^{PA}_l: تمثل نسب الخسارة السنوية لطريقة panning.

وهذا التعريف يعكس التطابق التالى:

$$E[S_{i,k}]=E[S_{i,n-i}]+E[Z_{i,0}]\sum_{l=n-i+1}^{k}\frac{E[Z_{i,l}]}{E[Z_{i,0}]}$$

$$=E[S_{i,n-i}]+E[Z_{i,0}]\sum_{l=n-i+1}^{k}\beta^{PA}_l$$

ومن إفتراض أن نمط التطور لنسب الخسارة السنوية لطريقة panning $\hat{\beta}^{PA}_k$ معلوم، سوف نحصل على Panning predictors للخسائر السنوية غير المشاهدة ($Z_{i,k}$):

$$Z^{PA}_{i,k}:=Z_{i,0}\beta^{PA}_k$$

ثانياً: التنبؤ بإستخدام (Bornhuetter-Ferguson principle):

ويمكن الحصول على أنصبة التطور لطريقة Panning من خلال العلاقة التالية:

$$\gamma^{PA}_k:=\frac{\sum_{l=0}^{k}\beta^{PA}_l}{\sum_{l=0}^{n}\beta^{PA}_l}$$

حيث تمثل المعلمات $\gamma := (\gamma_0, \gamma_1, \dots\dots, \gamma_n)$ نمط تطور الأنصبة التراكمية

وحيث أن:

$\hat{\alpha}_i^{PA}$: تمثل الخسائر النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) باستخدام طريقة Panning تكون على النحو التالى:

$$\hat{\alpha}_i^{PA} := Z_{i,0} \sum_{l=0}^{n} \hat{\beta}_l^{PA}$$

لكل: $i \in \{1, \dots\dots, n\}$

وبالتالى فإن: Panning predictors للخسائر التراكمية يمكن كتابتها على النحو التالى:

$$\hat{S}_{i,k}^{PA} = S_{i,n-i} + (\hat{\gamma}_k^{PA} - \hat{\gamma}_{n-i}^{PA})\alpha_i^{PA}$$

ومع:

$$\hat{\gamma}^{PA} := (\hat{\gamma}_0^{PA}, \hat{\gamma}_1^{PA}, \dots\dots, \hat{\gamma}_n^{PA})$$

$$\hat{\alpha}^{PA} := (\hat{\alpha}_0^{PA}, \hat{\alpha}_1^{PA}, \dots\dots, \hat{\alpha}_n^{PA})$$

فنحصل على:

$$\hat{S}^{PA} = (\hat{S}^{BF}(\hat{\gamma}^{PA}, \hat{\alpha}^{PA}))$$

أى أن: طريقة Panning هى حالة خاصة من Bornhuetter-Ferguson method باستخدام الأنصبة التراكمية ($\hat{\gamma}^{PA}$) والتقديرات الأولية للخسائر النهائية المتوقعة ($\hat{\alpha}^{PA}$) لطريقة Panning.

ومن الملاحظ أن طريقة Panning توفر بديل هام لطريقة chain-ladder لأن كلاً من الطريقتين تعتمد على معلومات موجودة فى run-off triangle.

ويمكن الحصول على ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) باستخدام معادلة رياضية أخرى على الصورة التالية:

$$\hat{\alpha}_i^{PA} = \frac{Z_{i,0}}{\hat{\gamma}_0^{PA}}$$

حيث أن:

$$\hat{\gamma}_0^{PA} = \frac{1}{\sum_{l=0}^{n} \hat{\beta}_l^{PA}}$$

(Klaus D. Schmidt and Mathias Zocher, 2008 and Klaus D. Schmidt, 2012)

التطبيق الرياضى لطريقة Panning:

تم استخدام الخسائر السنوية والتراكمية المدفوعة لفرع تأمين الطيران فى تطبيق طريقة Panning ، جدول (١).

حيث أن:

$$S_{i,k} = \sum_{l=0}^{k} Z_{i,k}$$

$S_{i,k}$: ترمز للخسائر التراكمية لسنة الحادث (i) وسنة التطور (k).

$Z_{i,k}$: ترمز للخسائر السنوية لسنة الحادث (i) وسنة التطور (k).

وتم تقدير كلاً من $\hat{\alpha}_i^{PA}$ و γ_k^{PA} فى جدول (٢)، حيث أن:

$\hat{\alpha}_i^{PA}$: (Panning Ultimates) حيث تمثل الخسائر النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) باستخدام طريقة Panning.

$$\hat{\alpha}_i^{PA} := Z_{i,0} \sum_{l=0}^{n} \hat{\beta}_l^{PA}$$

γ_k^{PA} : (Panning Quotas) حيث تمثل أنصبة تطور الخسائر التراكمية فى سنة التطور (k) باستخدام طريقة Panning.

$$\gamma_k^{PA} := \frac{\sum_{l=0}^{k} \beta_l^{PA}}{\sum_{l=0}^{n} \beta_l^{PA}}$$

جدول (١): يوضح (run-off triangle) لكل من الخسائر السنوية والتراكمية المدفوعة لفرع تأمين الطيران (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)		Development year (k)					
		0	1	2	3	4	5
2003	0	4194	9321	15385	37639	1547	7
		4194	13515	28900	66539	68086	68093
2004	1	1668	3863	18288	4439	64	
		1668	5531	23819	28258	28322	
2005	2	1518	4481	2208	178		
		1518	5999	8207	8385		
2006	3	3258	16972	8728			
		3258	20230	28958			
2007	4	7286	9494				
		7286	16780				
2008	5	20085					
		20085					

جدول (٢): يتضمن (run-off triangle) للخسائر التراكمية المدفوعة للسنة الميلادية الحالية والخسائر النهائية المتوقعة ونمط التطور للأنصبة التراكمية باستخدام طريقة (PA)، (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	Development year (k)					
		0	1	2	3	4	5
0	60735						68093
1	24155					28322	
2	21983				8385		
3	47181			28958			
4	10551		16780				
5	29086	20085					
$\hat{\gamma}_k^{PA}$		0.0691	0.2104	0.4735	0.9775	0.9999	1

أولاً: التنبؤ باستخدام الطرق الأساسية:

يتم حساب نسبة الخسارة السنوية من خلال المعادلة التالية:

$$\hat{\beta}_k^{PA} := \frac{\sum_{j=0}^{n-k} z_{j,0}\, z_{j,k}}{\sum_{j=0}^{n-k} z_{j,0}^2}$$

حيث أن:

$\hat{\beta}_k^{PA}$) Panning incremental loss ratio): تمثل نسبة الخسارة السنوية لسنة التطور(k) فى طريقة Panning ، جدول (٣).

جدول (٣): يوضح (run-off triangle) كلاً من الخسائر السنوية ونسب الخسارة السنوية باستخدام طريقة (PA)، (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	Development year (k)					
	0	1	2	3	4	5
0	4194	9321	15385	37639	1547	7
1	1668	3863	18288	4439	64	
2	1518	4481	2208	178		
3	3258	16972	8728			
4	7286	9494				
5	20085					
$\hat{\beta}_k^{PA}$	1	2.0469212	3.809366	7.2998359	0.323724491	0.00166905

وبالتالى يمكن الحصول على الخسائر التراكمية المتوقعة باستخدام المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k}^{PA} := S_{i,n-i} + Z_{i,0} \sum_{l=n-i+1}^{k} \hat{\beta}_l^{PA}$$

والقيم فى جدول (٤) توضح ذلك:

ومن جدول رقم (٤) يمكن حساب:

- **First-Year Reserve (F-YR)** : مخصص أول سنة ميلادية غير مشاهدة ويتم حسابه باستخدام الخسائر السنوية، جدول (٥).
- **Total Reserve (TR)** : قيمة المخصص الإجمالى للمطالبات التراكمية غير المشاهدة (المتوقعة)، جدول (٥).

جدول (٤): يوضح الخسائر التراكمية المتوقعة باستخدام طريقة (PA).

Accident year (i)		Development year (k) 0	1	2	3	4	5
2003	0						68093
2004	1					28322	28325
2005	2				8385	8876	8879
2006	3			28958	52741	53796	53801
2007	4		16780	44535	97722	100080	100092
2008	5	20085	61197	137709	284326	290828	290861

جدول (٥): يوضح (F-YR) و (TR) باستخدام طريقة (PA) (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	3	3
2	491	494
3	23783	24843
4	27755	83312
5	41112	270776
$\sum$	93145	379428

ثانياً: التنبؤ باستخدام (Bornhuetter-Ferguson principle) مع ثبات $(\hat{\alpha}_i^{PA})$:

١- **Panning Quotas / Panning Ultimates** :

يمكن الحصول على الخسائر التراكمية المتوقعة بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{PA})$ و $(\hat{\alpha}_i^{PA})$ باستخدام المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k}^{PA} = S_{i,n-i} + (\hat{\gamma}_k^{PA} - \hat{\gamma}_{n-i}^{PA})\hat{\alpha}_i^{PA}$$

والجدول رقم (٦) يوضح ذلك.

جدول (٦): يوضح الخسائر التراكمية المتوقعة باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{PA})$ و $(\hat{\alpha}_i^{PA})$ (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	Development year (k) 0	1	2	3	4	5
0	60735						68093
1	24155					28322	28325
2	21983				8385	8876	8879
3	47181			28958	52741	53796	53801
4	105512		16780	44535	97722	100080	100092
5	290861	20085	61197	137709	284326	290828	290861
$\hat{\gamma}_k^{PA}$		0.0691	0.2104	0.4735	0.9775	0.9999	1.0000

ومن جدول رقم (٦) يمكن حساب (F-YR) و (TR) كما فى جدول (٧).

جدول (٧): يوضح (F-YR) و (TR) باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k$) و ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	3	3
2	491	494
3	23783	24843
4	27755	83312
5	41112	270776
$\sum$	93145	379428

٢- **Prior Quotas / Panning Ultimate** :

ويمكن الحصول على الخسائر التراكمية المتوقعة بمعلومية:

($\hat{\gamma}_k$): أنصبة التطور الأولية للخسائر التراكمية فى سنة التطور (k) .

(Klaus D. Schmidt and Mathias , Klaus D. Schmidt,2006 (Zocher, 2008 and Klaus D. Schmidt, 2012)، (إبراهيم مهدى وآخرون ٢٠١٠ ومحمد البلقيني وآخرون ٢٠١٠).

($\hat{\alpha}_i^{PA}$): الخسائر النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) بإستخدام طريقة Panning .

من خلال المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k} = S_{i,n-i} + (\hat{\gamma}_k - \hat{\gamma}_{n-i})\hat{\alpha}_i^{PA}$$

والجدول رقم (٨) يوضح ذلك:

جدول (٨): يوضح الخسائر التراكمية المتوقعة باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k$) و ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	Development year (k)					
		0	1	2	3	4	5
0	60735						68093
1	24155					28322	28324
2	21983				8385	8884	8887
3	47181			28958	55038	56109	56114
4	105512		16780	40620	98942	101340	101350
5	290861	20085	59900	125617	286394	293002	293031
$\hat{\gamma}_k$		0.0616	0.1985	0.4244	0.9772	0.9999	1.0000

ومن جدول رقم (٨) يمكن حساب (F-YR) و (TR) كما فى جدول (٩).

جدول (٩): يوضح (F-YR) و(TR) باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k$) و ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	2	2
2	499	502
3	26080	27156
4	23840	84570
5	39815	272946
$\sum$	90236	385177

٣- **Chain-Ladder Quotas / Panning Ultimate** :

ويمكن الحصول على المصاريف التراكمية المتوقعة بمعلومية:

$(\hat{\gamma}_k^{CL})$: النسبة لتطور المصاريف التراكمية في سنة التطور (k) لطريقة (Chain-Ladder)

(Klaus D. Schmidt and Mathias , Klaus D. Schmidt,2006 ، Zocher, 2008 and Klaus D. Schmidt, 2012)، (إبراهيم مهدى وآخرون ٢٠١٠، ومحمد القيني وآخرون ٢٠١٠).

$(\hat{\alpha}_i^{PA})$: المصاريف النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) باستخدام طريقة Panning من خلال المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k} = S_{i,k-1} + (\hat{\gamma}_k^{CL} - \hat{\gamma}_{k-1}^{CL})\hat{\alpha}_i^{PA}$$

والجدول رقم (١٠) يوضح ذلك:

جدول (١٠): يوضح المصاريف التراكمية المتوقعة باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{CL})$ و $(\hat{\alpha}_i^{PA})$ (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	$\hat{\alpha}^{PA}$	Development year (k)					
		0	1	2	3	4	5
0	[illegible]						[illegible]
1	[illegible]					[illegible]	[illegible]
2	[illegible]				[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
$\hat{\gamma}_k^{CL}$		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1

ومن الجدول رقم (١٠) يمكن حساب (F-YR) و (TR) كما في جدول (١١).

جدول (١١): يوضح (F-YR) و(TR) باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{CL})$ و $(\hat{\alpha}_i^{PA})$ (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	2	2
2	367	370
3	18997	19790
4	30400	74658
5	60487	266294
$\sum$	110255	361114

٤- **Additive Quotas / Panning Ultimate** :

ويمكن الحصول على المصاريف التراكمية المتوقعة بمعلومية:

$(\hat{\gamma}_k^{AD})$: النسبة لتطور المصاريف التراكمية في سنة التطور (k) لطريقة (Additive).

(Klaus D. Schmidt and Mathias , Klaus D. Schmidt,2006 ، Zocher, 2008 and Klaus D. Schmidt, 2012)، (إبراهيم مهدى وآخرون ٢٠١٠، ومحمد القيني وآخرون ٢٠١٠).

$(\hat{\alpha}_i^{PA})$: المصاريف النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) باستخدام طريقة Panning .

من خلال المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k} = S_{i,k-1} + (\hat{\gamma}_k^{AD} - \hat{\gamma}_{k-1}^{AD})\hat{\alpha}_i^{PA}$$

والجدول رقم (١٢) يوضح ذلك:

جدول (١٢): يوضح الخسائر التراكمية المتوقعة باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{AD})$ و $(\hat{\alpha}_i^{PA})$ (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	Development year (k) 0	1	2	3	4	5
0	60735						68093
1	24155					28322	28329
2	21983				8385	8855	8862
3	47181			28958	44770	45780	45794
4	10551		16780	46073	81436	83693	83724
5	29086	20085	82140	162892	260374	266598	266681
$\hat{\gamma}_k^{AD}$		0.1522	0.3655	0.6432	0.9783	0.9997	1.0000

ومن جدول رقم (١٢) يمكن حساب (F-YR) و (TR) كما فى جدول (١٣).

جدول (١٣): يوضح (F-YR) و (TR) باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{AD})$ و $(\hat{\alpha}_i^{PA})$ (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	7	7
2	470	477
3	15812	16836
4	29293	66044
5	62055	246596
$\sum$	107639	330859

ثالثاً: التنبؤ باستخدام (Bornhuetter-Ferguson principle) مع

حساب $(\hat{\alpha}_i^{PA})$:

وذلك باستخدام المعادلة التالية:

$$\hat{\alpha}_i^{PA} = \frac{Z_{i,0}}{\hat{\gamma}_0^{PA}}$$

١- Panning Quotas / $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{PA})$ Panning Ultimate :

يمكن الحصول على الخسائر التراكمية المتوقعة بمعلومية:

$(\hat{\gamma}_k^{PA})$: أنصبة تطور الخسائر التراكمية فى سنة التطور (k) باستخدام طريقة Panning.

$(\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{PA}))$: الخسائر النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) لطريقة Panning بمعلومية $(\hat{\gamma}_0^{PA})$ ويمكن حسابها من العلاقة التالية:

$$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{PA}) = \frac{Z_{i,0}}{\hat{\gamma}_0^{PA}}$$

وبالتالى، يمكن الحصول على الخسائر النهائية المتوقعة بالتعويض فى المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k}^{PA} = S_{i,n-i} + (\hat{\gamma}_k^{PA} - \hat{\gamma}_{n-i}^{PA})\,\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{PA})$$

والجدول رقم (١٤) يوضح ذلك:

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

جدول (١٧): يوضح (F-YR) و(TR) باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k$) ، $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0)$ ، (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	3	3
2	560	562
3	29239	30446
4	26727	94815
5	44638	306011
$\sum$	101167	431838

٣- Panning Ultimate $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL})$/ Chain-Ladder Quotas:

ويمكن الحصول على الخسائر التراكمية المتوقعة بمعلومية:

($\hat{\gamma}_k^{CL}$): أنصبة تطور الخسائر التراكمية فى سنة التطور (k) لطريقة Chain-Ladder.

($\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL})$): الخسائر النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) باستخدام طريقة Panning بمعلومية ($\hat{\gamma}_0^{CL}$) ويمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL}) = \frac{Z_{i,0}}{\hat{\gamma}_0^{CL}}$$

وبالتالي يمكن الحصول على الخسائر النهائية المتوقعة بالتعويض فى المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k} = S_{i,k-1} + (\hat{\gamma}_k^{CL} - \hat{\gamma}_{k-1}^{CL})(\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL}))$$

والجدول رقم (١٨) يوضح ذلك.

جدول (١٨): يوضح الخسائر التراكمية المتوقعة باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k^{CL}$) و $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL})$ ، (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL})$	Development year (k) 0	1	2	3	4	5
0	49654						
1	19748						68093
2	17972					28322	28324
3	38573				8385	8685	8687
4	86262			28958	44489	45134	45138
5	237795		16780	41634	76367	77808	77817
		20085	69537	138050	233797	237770	237795
$\hat{\gamma}_k^{CL}$		0.0845	0.2924	0.5805	0.9832	0.9999	1

ومن جدول رقم (١٨) يمكن حساب (F-YR) و (TR) كما فى جدول (١٩).

جدول (١٩): يوضح (F-YR) و (TR) باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k^{CL}$) و $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL})$ ، (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	2	2
2	300	302
3	15531	16180
4	24854	61037
5	49452	217710
$\sum$	90139	295230

٤- Panning Ultimate $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD})$/ Additive Quotas:

ويمكن الحصول على الخسائر التراكمية المتوقعة بمعلومية:

$(\hat{\gamma}_k^{AD})$: أنصبة تطور الخسائر التراكمية فى سنة التطور (k) لطريقة Additive.

$(\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD}))$: الخسائر النهائية المتوقعة لسنة الحادث (i) بإستخدام طريقة Panning بمعلومية $(\hat{\gamma}_0^{AD})$ ويمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD}) = \frac{Z_{i,0}}{\hat{\gamma}_0^{AD}}$$

وبالتالى، يمكن الحصول على الخسائر النهائية المتوقعة بالتعويض فى المعادلة التالية:

$$\hat{S}_{i,k} = S_{i,n-i} + (\hat{\gamma}_k^{AD} - \hat{\gamma}_{n-i}^{AD})(\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD}))$$

والجدول رقم (٢٠) يوضح ذلك:

جدول (٢٠): يوضح الخسائر التراكمية المتوقعة باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{AD})$ و $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD})$، (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD})$	Development year (k)					
		0	1	2	3	4	5
0	27558						68093
1	10960					28322	28325
2	9975				8385	8598	8601
3	21408			28958	36133	36591	36597
4	47875		16780	30072	46117	47141	47155
5	131975	20085	48242	84882	129114	131938	131975
$\hat{\gamma}_k^{AD}$		0.1522	0.3655	0.6432	0.9783	0.9997	1.0000

ومن جدول رقم (٢٠) يمكن حساب (F-YR) و (TR) كما فى جدول (٢١).

جدول (٢١): يوضح (F-YR) و(TR) باستخدام طريقة (B-F) بمعلومية $(\hat{\gamma}_k^{AD})$ و $\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD})$، (القيمة بالألف جنيه).

Accident year (i)	First-Year Reserve	Total Reserve
0	0	0
1	3	3
2	213	216
3	7175	7639
4	13292	30375
5	28157	111890
$\sum$	48840	150124

ومما سبق يمكن عرض التقديرات الأولية لأنصبة تطور الخسائر التراكمية المستخدمة فى حالة التنبؤ بإستخدام نموذج (B-F)، حيث يتضح أن هناك تفاوت ملحوظ بينها ويتضح ذلك فى جدول رقم (٢٢).

جدول (٢٢): يوضح التقديرات الأولية لأنصبة تطور الخسائر التراكمية.

التقديرات الأولية للأنصبة التراكمية	Development year (k)					
	0	1	2	3	4	5
$\hat{\gamma}_k$	0.0616	0.1985	0.4244	0.9772	0.9999	1.0000
$\hat{\gamma}_k^{CL}$	0.0845	0.2924	0.5805	0.9832	0.9999	1.0000
$\hat{\gamma}_k^{AD}$	0.1522	0.3655	0.6432	0.9783	0.9997	1.0000
$\hat{\gamma}_k^{PA}$	0.0691	0.2104	0.4735	0.9775	0.9999	1.0000

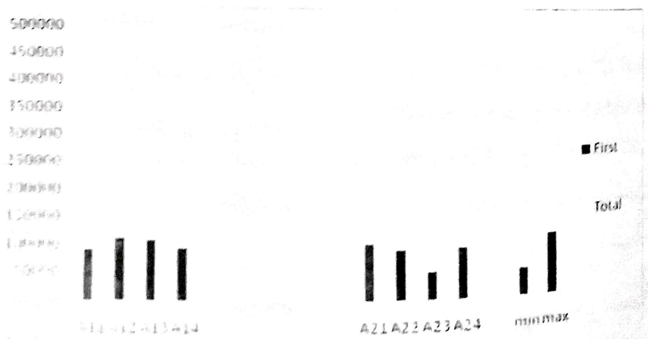
جدول (٢٣): يوضح التقديرات الأولية للخسائر النهائية المتوقعة للطرق المختلفة (القيمة بالألف جنيه).

	التقديرات الأولية للخسائر النهائية المتوقعة	التقديرات الأولية للأنصبة التراكمية	Accident year (i)					
			0	1	2	3	4	5
A_{11}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k$	60735	24155	21983	47181	105512	290861
A_{12}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k^{CL}$	60735	24155	21983	47181	105512	290861
A_{13}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k^{AD}$	60735	24155	21983	47181	105512	290861
A_{21}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k^{PA}$	60735	24155	21983	47181	105512	290861
A_{22}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0)$	$\hat{\gamma}_k$	68093	27081	24646	52896	118294	326096
A_{23}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL})$	$\hat{\gamma}_k^{CL}$	49654	19748	17972	38573	86262	237795
A_{31}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD})$	$\hat{\gamma}_k^{AD}$	27558	10960	9975	21408	47875	131975
A_{32}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{PA})$	$\hat{\gamma}_k^{PA}$	60735	24155	21983	47181	105512	290861

جدول (٢٤): يوضح قيمة المخصص الإجمالى (TR) ومخصص أول سنة ميلادية غير مشاهدة (F-YR) للطرق المختلفة (القيمة بالألف جنيه).

	التقديرات الأولية للخسائر النهائية المتوقعة	التقديرات الاولية للأنصبة التراكمية	المخصص الإجمالى	مخصص أول سنة ميلادية غير مشاهدة
A_{11}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k$	385177	90236
A_{12}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k^{CL}$	361114	110255
A_{13}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k^{AD}$	330859	107639
A_{14}	$\hat{\alpha}_i^{PA}$	$\hat{\gamma}_k^{PA}$	379428	93145
A_{21}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0)$	$\hat{\gamma}_k$	431838	101167
A_{22}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{CL})$	$\hat{\gamma}_k^{CL}$	295230	90139
A_{23}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD})$	$\hat{\gamma}_k^{AD}$	150124	48840
A_{24}	$\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{PA})$	$\hat{\gamma}_k^{PA}$	379428	93145
Minimum			150124	48840
Maximum			431838	110255

والشكل التالى يوضح المخصص الإجمالى (TR) ومخصص أول سنة ميلادية غير مشاهدة (F-YR) (القيمة بالألف جنيه).



النتائج:

لقد أسفرت الدراسة عن النتائج التالية:

١- أثبتت طريقة Panning فى تقدير مخصص الخسارة سواء من خلال التنبؤ بإستخدام الطرق الأساسية أو التنبؤ بإستخدام نموذج Bornhuetter-Ferguson من خلال الخسائر النهائية المتوقعة وأنصبة تطور الخسائر التراكمية لطريقة Panning أن النتائج متماثلة.

٢- إستخدام طريقة Panning فى تقدير مخصص الخسارة من خلال التنبؤ بإستخدام نموذج Bornhuetter-Ferguson مع ثبات الخسائر النهائية المتوقعة ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) وتغير أنصبة تطور الخسائر التراكمية ($\hat{\gamma}_k^{PA}$)، ($\hat{\gamma}_k$)، ($\hat{\gamma}_k^{CL}$)، ($\hat{\gamma}_k^{AD}$) أدت للحصول على نتائج مختلفة.

٣- إستخدام طريقة Panning فى تقدير مخصص الخسارة من خلال التنبؤ بإستخدام نموذج Bornhuetter-Ferguson مع حساب الخسائر النهائية المتوقعة ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) من المعادلة التالية ($\hat{\alpha}_i^{PA} = \frac{Z_{i,0}}{\hat{\gamma}_0^{PA}}$)، "بمعلومية الخسائر السنوية لسنة الحادث (i) وسنة التطور (0)، وأنصبة تطور الخسائر التراكمية ($\hat{\gamma}_0^{PA}$)، ($\hat{\gamma}_0$)، ($\hat{\gamma}_0^{CL}$)، ($\hat{\gamma}_0^{AD}$)" وإستخدام أنصبة تطور الخسائر التراكمية ($\hat{\gamma}_k^{PA}$)، ($\hat{\gamma}_k$)، ($\hat{\gamma}_k^{CL}$)، ($\hat{\gamma}_k^{AD}$) على التوالى أدت للحصول على نتائج مختلفة.

٤- إستخدام طريقة Panning فى تقدير مخصص الخسارة من خلال التنبؤ بإستخدام نموذج Bornhuetter-Ferguson مع حساب الخسائر النهائية المتوقعة ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) من المعادلة التالية: ($\hat{\alpha}_i^{PA} = \frac{Z_{i,0}}{\hat{\gamma}_0^{PA}}$)، أو مع حساب

الخسائر النهائية المتوقعة ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) من المعادلة التالية: ($\hat{\alpha}_i^{PA} := Z_{i,0}\sum_{l=0}^{n}\hat{\beta}_l^{PA}$)، مع أنصبة تطور الخسائر التراكمية ($\hat{\gamma}_k^{PA}$)، أدت للحصول على نتائج متماثلة. لأن الخسائر النهائية المتوقعة كانت متطابقة لكلاً من ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) و ($\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{PA})$).

٥- استخدام نموذج (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k^{AD}$) و ($\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0^{AD})$) أدى للحصول على أقل قيمة لمخصص الخسارة الإجمالى ولمخصص أول سنة ميلادية غير مشاهدة بينما استخدام نموذج (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k$) و ($\hat{\alpha}_i^{PA}(\hat{\gamma}_0)$) أدى للحصول على أعلى قيمة لمخصص الخسارة الإجمالى، واستخدام نموذج (B-F) بمعلومية ($\hat{\gamma}_k^{CL}$) و ($\hat{\alpha}_i^{PA}$) أدى للحصول على أعلى قيمة لمخصص أول سنة ميلادية غير مشاهدة.

التوصيات:

فى ضوء النتائج السابقة فإن طريقة Panning لتقدير مخصص الخسارة قد أثبتت بساطتها وسهولتها وإمكانية تطبيقها عملياً. وبالتالى، توصى الدراسة بتطبيق هذه الطريقة فى تقدير مخصص الخسارة فى شركات التأمين بجانب الطرق المختلفة التى تعتمد على run-off triangle للتوصل إلى أفضل تنبؤ فى ضوء البدائل المختلفة.

المراجع:

أولاً: المراجع العربية:

- محمد توفيق البلقينى، إبراهيم محمد مهدى، جيهان مسعد المعداوى محمد (٢٠١٠)، "نحو أسلوب رياضى لتقدير مخصصات الخسارة"، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد (٣٤).
- إبراهيم محمد مهدى، محمد توفيق البلقينى، جيهان مسعد المعداوى محمد (٢٠١٠)، "تقدير مخصصات الخسارة فى تأمينات الممتلكات بإستخدام النماذج الرياضية"، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد (٣٤).
- تقرير إكتوارى لتأمينات الممتلكات والمسئوليات وما تشابه مع طبيعة التأمينات العامة، تكوين

المخصصات الفنية وتحليل الربحية (٢٠١٠)، ص ٣.

- أحمد فؤاد سليم، عصام عبدالغنى صبرة، هشام إبراهيم محمد، وائل عبدالهادى محمد (٢٠٠٤)، "الطرق الإكتوارية لحساب المخصصات الفنية لفروع تأمينات الممتلكات والمسئوليات"، التقرير السنوى، الهيئة المصرية للرقابة على التأمين.
- أسامة حنفى محمود حسن (٢٠٠٣)، "تقدير المخصصات لتأمينات الممتلكات والمسئوليات لشركات التأمين المباشر فى ج.م.ع بالتطبيق على فرع الحريق باستخدام الأساليب الكمية"، رسالة دكتوراة، كلية التجارة جامعة القاهرة - بنى سويف.
- د. على السيد عبده الديب (٢٠٠١)، "تطوير طريقة التسلسل السلمى لتقدير مخصصات الخسارة فى سوق التأمين المصرى"، مجلة الدراسات المالية والتجارية، جامعة القاهرة، العدد الثانى، ص ٧١-١٢١.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

- Klaus D. Schmidt (2012), "Loss prediction based on run-off triangles", AStA Adv Stat Anal 96, pp 265-310.
- Klaus D. Schmidt and Mathias Zocher (2008), "The Bornhuetter-Ferguson Principle" Casualty Actuarial Society, Variance: Advancing the Science of Risk- Volume 2, Issue 1. 85-110.
- Klaus D. Schmidt (2006), "Methods and Models of Loss Reserving Based on Run-Off Triangles: A Unifying Survey" Casualty Loss Reserve Seminar, Atlanta, September 12.
- Hossack I. B., J. H. Pollard and B. Zehnwirth (1999), "Introductory statistics with applications in general insurance", Cambridge University press, second edition, pp.206-242.
- DanielCheung(1997),"Estimating IBNR reserves with robust statistics", A Dissertation of Ph.D, Western Michigan University.