# استخدام نموذج الانحدار الموجي المركب في تحسين تقدير حد الاحتفاظ الأمثل بشركات التأمين "دراسة تطبيقية "

**د/ محمود عبد العال محمد مشعال**
**أستاذ مساعد بقسم الرياضة والتأمين والإحصاء**
**كلية التجارة – جامعة المنوفية**

**2016**

**الكلمات الدالة :**

- **الانحدار الموجي متعدد الحدود :** هو أسلوب إحصائي غير معلمي ، يستخدم في معالجة التلوث أو التشويش أو الضوضاء للبيانات وهو ما يسمى noise (الاخطاء)، ومعالجة عدم تجانس البيانات ، والذى يؤدى إلى نتائج غير صحيحة . ويتم ذلك بضغط البيانات مع الاحتفاظ على سماتها أو تجزئة كل متغير من البيانات إلى مركبين رئيسين ( noise ,smooth) بناء على التحويلات الموجية ، بالتالي نتخلص من كل من تشويش أو تلوث البيانات noise ومن عدم تجانس البيانات .
- **الانحدار الموجي المركب :** هو تكوين أو تداخل الانحدار الموجي متعدد الحدود مع الانحدار البوتسترابى بطريقة البواقي ، حيث يتم تقدير معلمات الانحدار الموجي بأسلوب البوتستراب ، وبالتالي نضمن التخلص من القيم الشاذة ، ومن معالجة مشكلة صغر حجم البيانات والتي قد تؤدى إلى سوء التقدير بالإضافة إلى الحصول على مشاهدات أقل تشويشاً أو تلوثاً ( تقليل الخطأ)، كما يؤدى أسلوب الانحدار الموجي المركب إلى تحسين نتائج التقدير معدلات الاحتفاظ في شركات التأمين، لان هذا النموذج يعتبر أكثر دقة في التقدير.

**<u>ملخص البحث :</u>**

إن تحديد حد الاحتفاظ يمتد تأثيره إلى أكثر من مجال، فهو يؤثر على حجم الأخطار المحتفظ بها، وعلى السيولة النقدية للشركة، وعلى قيمة الأموال من الأقساط المتاحة للاستثمار، ويؤثر أيضاً على ربحية الشركة، وبالتالي عدم التقدير السليم لمعدل الاحتفاظ بالسوق السعودي أدى إلى إلحاق الخسائر بشركات التأمين، من هنا اهتمت هذه الدراسة بتحليل العلاقة بين المتغيرات التأمينية والاقتصادية كمتغيرات مستقلة وبين معدل الاحتفاظ كمتغير تابع ، و إيجاد نموذج أمثل لدالة الاحتفاظ بالأقساط في سوق التأمين السعودي، والتنبؤ بمعدل الاحتفاظ الامثل من خلال استخدام نموذج الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى، وهو نموذج غير معلمي حيث يعطى هذا النموذج تقديرات للخطأ أكثر دقة من التي نحصل عليها من النماذج المعلمية، كما يؤدى هذا النموذج إلى تحسين النتائج في تقديرات حدود الاحتفاظ من خلال التخلص من تشويش او ضوضاء البيانات ومعالجة عدم تجانس البيانات وصغر حجم المشاهدات والقيم الشاذة.

ومن نتائج هذه الدراسة الحصول على التنبؤ بقيم المتغير التابع بدلالة المتغيرات المستقلة ، كما توصلت الدراسة إلى النموذج الموجي المركب أدق في التقدير من نموذج الانحدار البوتسترابى وخاصاً في ظل صغر حجم البيانات وفى حالة وجود قيم شاذة بالبيانات، وتوصلت النتائج أن العوامل الاكثر تأثيراً على معدل الاحتفاظ هي :

- الودائع المصرفية - أقساط التأمين - عدد السكان
- الائتمان المصرفي - معدل التغلغل في التأمين - الاستثمار

## الإطار العام للدراسة

**أولاً: المقدمة :**

يعتبر قيام شركات التأمين وإعادة التأمين بالاحتفاظ بالخطر أو بجزء منه في حدود إمكانياتها المالية من الموضوعات الأساسية لمزاولة مهنة التأمين، وتحدد شركات التامين مسؤوليتها تجاه الخطر لكي تتمكن من حماية أصولها (رأس المال والاحتياطيات الحرة) التي تمكنها من الاستمرار في العمل دون مخاطر.

كما يعد حد الاحتفاظ من المحددات التأمينية التي تعتمد عليها هيئات الرقابة على التأمين، وخاصة فيما يتعلق بالحدود المقبولة لرأس المال سواء بإنشاء شركات تأمين جديدة أو زيادة حجم الاكتتاب ( الطاقة الاكتتابيه) أو زيادة مبالغ الاستثمار (الطاقة الاستثمارية) أو تحديد حد الاحتفاظ (الطاقة الاحتفاظيه) (القاضي، 2007 ) .

ويعتمد إمكانية تحقيق ربح لشركة التامين على قدرتها في تحديد حجم الاحتفاظ الأمثل لمحفظة الشركة، وكثيرا ما نجد أن حساب معيدي التامين لدى شركة التامين يحقق ربحاً لكن محفظة الإخطار المحتفظ بها للشركة تحقق خسائر بسبب عدم تحديد معدل الاحتفاظ الأنسب للشركة وبرنامج إعادة التامين الجيد للشركة، وتختلف شركات التأمين في مقدار احتفاظها بالأقساط من شركة إلى الأخرى، كما تختلف حسب نوع التأمين من فرع تأمين إلى فرع أخر، ومقدار احتفاظها بالأقساط يحدد مقدار مبالغ التامين التي يمكن قبول تغطيتها ضد الخطر المؤمن منه، لذا يعتبر معدل الاحتفاظ مقياساً لأقساط التأمين المكتتب بها التي تحتفظ بها شركات التأمين .

ولارتفاع هذا المعدل في شركات التأمين يكون له دلالات تأمينية هامة نذكر منها (حسين، الحميدي، 2012 ) :

1- انتقاء شركة التأمين للعمليات التأمينية التي تقبلها رغم الظروف المنافسة الحادة
2- توفر الملاءة المالية للشركة لكى تمكنها من سداد نصيبها من التعويضات عن العمليات التأمينية التي تقبلها .
3- وجود إدارة تأمينية واعية قادرة على اتخاذ القرار المناسب في عملية إعادة التأمين .

ولأهمية حدود الاحتفاظ تنص المادة (40) من اللائحة التنفيذية لقانون مراقبة شركات التأمين التعاوني في السوق السعودي على ما يلى" يتعين على شركات التأمين المرخصة حديثاً الالتزام بالحد الأدنى لنسبة الاحتفاظ وتبلغ 30%" (مؤسسة النقد السعودي، 2015).

كما لاحظ الباحث تذبذب نسبة الاحتفاظ لأنشطة التأمين في السوق السعودي، إما مرتفعة مثل التأمين على المركبات أو منخفضة مثل التأمين على الطيران أو متذبذبة مثل التأمين البحري، والجدول التالي يوضح معدلات الاحتفاظ على مستوى أنشطة التأمين بالسوق السعودي :

**جدول (1)**
**معدلات الاحتفاظ حسب نوع النشاط (2007- 2014 )**

| نوع النشاط التأميني | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الحوادث والمسئوليات | 38% | 40.9% | 44.9% | 54.4% | 44% | 48% | 41.5% | 52.3% |
| المركبات | 94.1% | 96.7% | 96.4% | 95.7% | 95% | 94% | 93.8% | 94.7% |
| الممتلكات وضد الحريق | 11.3% | 11.9% | 11.6% | 13.2% | 12% | 12% | 16.9% | 16.4% |
| البحري | 31.9% | 32.5% | 34.9% | 33.8% | 32% | 31% | 32.2% | 31% |
| تأمين الطيران | 3.1% | 4% | 0.6% | 1.6% | 0% | 4% | 2.5% | 2.5% |
| الطاقة | 0.8% | 0.4% | 1.7% | 2.3% | 2% | 2% | 1.3% | 2% |
| الهندسي | 20.3% | 17.9% | 15.5% | 13.1% | 14% | 15% | 15% | 14.3% |
| إجمالي التأمين العام | 55.4% | 56.2% | 57.1% | 56.6% | 56.7% | 56% | 61.5% | 64.6% |
| التامين الصحي | 78.4% | 78.1% | 76.2% | 81.9% | 84.7% | 85% | 88.8% | 93.2% |
| الإجمالي | 64.6% | 67% | 67.3% | 70.9% | 73.2% | 75.8% | 76.2% | 79.8 |

**المصدر:** تقرير سوق التأمين السعودي، مؤسسة النقد العربي السعودي،2014.

نلاحظ من الجدول السابق نجد أن معدل الاحتفاظ وصل إلى 79.8% وهذا يعنى أن هناك 20.2% من جملة الأقساط المباشرة تكون خارج السوق السعودي (أي أن مقدار الفائض الغير مستغل يمثل نسبة عالية تمثل حوالي 20.2%)، ولقد ارتفع معدل الاحتفاظ الإجمالي لشركات التأمين في المملكة السعودية من 64.6% عام 2007 إلى 79.8% في عام 2014، وهو ما يعني أن هناك زيادة بمعدل 19% خلال الفترة من 2007- 2014، ويعود ذلك إلى ارتفاع معدل الاحتفاظ للتأمين على المركبات والتأمين الصحي اللذان يستحوذان على نسبة 77.9% من إجمالي الاقساط المكتتب بها، وفى نفس العام بلغ معدل الاحتفاظ للتأمين على المركبات 95% وللتأمين الصحي 93%، وسجل التأمين على الطيران وتأمين الطاقة أقل نسبة احتفاظ تقدر بنحو 2.5% ، 2% على التوالي وهى أقل من النسبة المحددة من قبل اللائحة التنفيذية لنظام مراقبة شركات التأمين التعاوني والتي تبلغ

كحد أدنى 30% .

وبالرغم أن هناك محاولات كثيرة للباحثين نحو تحديد حد الاحتفاظ للأقساط إلا أن هذا التحديد يكتنفه الكثير من القصور، فبعض الدراسات السابقة اعتمدت على متغيرين فقط هما عدد الحوادث وحجم الخسائر( الخواجة،2012)، والبعض الأخر أعتمد على متغيرين من المتغيرات التأمينية فقط (عبد المهدى، 2012) ، والبعض الآخر اقتصرت دراسته على متغير حد الاحتفاظ فقط وارتباطه بعنصر الزمن (أمين ، 2010) ، ولم تتعرض البحوث السابقة للمتغيرات الاقتصادية أو المتغيرات التأمينية كاملاً ،كما لم تتعرض لكيفية تحسين تقديرات حدود الاحتفاظ من خلال النماذج التي تعالج القيم الشاذة وصغر حجم البيانات بالإضافة إلى تلوث البيانات وعدم تجانسها، وهو ما أدى إلى وجود قصور في النماذج الكمية المستخدمة في تحديد حدود الاحتفاظ بشركات التأمين ، وبالتالي أعطت تقديرات غير صحيحة في معدلات الاحتفاظ .

لذلك لجأ الباحث لاستخدام نموذج الانحدار الموجي المركب ( الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى) في تحسين تقدير معدل الاحتفاظ وتحديد أهم العوامل المؤثرة عليه والتنبؤ به، ويعتمد التحليل الموجي على تحويلة رياضية تعرف باسم المويجات وهى تعتبر تطوير لتحويلة الفورير القديمة (من الطرق المشهورة للتحويلات الرياضية)، إلا أنها تمتاز عنها بقدرتها على مراعاة الزمن والتردد في ذات الوقت بعكس تحويلة الفورير التي تراعى التردد فقط ، وترتبط التحويلات الموجية بعلم الاحصاء حيث تعتبر أحد طرق الانحدار اللامعلمى ويؤدى تطبيق هذا النموذج إلى تحسين تقديرات معدل الاحتفاظ للأقساط بشركات التأمين ،

ولقد لجأ الباحث إلى استخدام نموذج الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتستسرابى للأسباب الآتية :

أ- هو أحد الأساليب الإحصائية اللامعلمية التي لها قدرة تنبؤيه وتفسيرية أعلى من أسلوب الانحدار المعلمى.

ب- يعطي هذا النموذج تقديرات للخطأ أكثر دقة من الطرق التقليدية الأخرى ، وذلك من خلال قيام هذا الاسلوب بمعالجة التشويش أو الضوضاء أو التلوث (noise) التي تتعرض لها البيانات ، ومعالجة عدم التجانس للبيانات.

ج- يفضل استخدامه في حالة صغر حجم المشاهدات أو وجود قيم شاذة في البيانات.

د - لا يتطلب هذا النموذج فروض خاصة بالتوزيع كالطبيعية أو استقلال المشاهدات .

هـ - يؤدى هذا النموذج إلى تحسين النتائج في تقديرات معدل الاحتفاظ بشركات التأمين.

## ثانياً: مشــكلة البحث :

بالرغم أن هناك محاولات كثيرة للباحثين نحو تحديد حد الاحتفاظ إلا أن هذا التحديد يكتنفه الكثير من القصور، وهو ما أدى إلى عدم التحديد الدقيق لحد الاحتفاظ بشركات التأمين، وبالتالي أثر ذلك على محفظة الإخطار المحتفظ بها بشركات التأمين مما أدى إلى تعرض 21شركة تأمين في السوق السعودي إلى خسارة في رأس المال من بين 37 شركة،

أي أن 57% من عدد شركات التأمين العاملة في السوق قد تعرضت لخسائر في رأسمالها، وكان أكبر حجم خسارة في رأس المال لإحدى شركات التأمين بلغ 81%، وأقل حجم خسارة في رأس المال بلغ 4% (مؤسسة النقد السعودي،2014).

**مما سبق تتلخص مشكلة الدراسة في جانبين هما :**

**أولاً : الجانب التأمينى:**

1- عدم التقدير السليم لمعدل الاحتفاظ الأمثل بالسوق التأمين السعودي والذى أثر على حجم الأخطار المحتفظ بها وعلى السيولة النقدية للشركة، وبالتالي التأثير على ربحية الشركة ، من هنا أدى إلى إلحاق الخسائر بشركات التأمين في السوق السعودي.
2- عدم وجود نموذج إحصائي أمثل لدالة الاحتفاظ بالأقساط فى ظل وجود تشويش أو ضوضاء أو تلوث (noise) في البيانات ، وعدم تجانس البيانات .
3- عدم تطرق الباحثين نحو استخدام نماذج كمية لتحسين تقديرات شركات التأمين لمعدلات الاحتفاظ في ظل صغر حجم المشاهدات، ووجود قيم شاذة .

**ثانياً: الجانب الإحصائي :**

1- ندرة البحوث الإحصائية التي تطرقت إلى معالجة التشويش أو الضوضاء أو التلوث( noise ) التي تتعرض لها مشاهدات السلسلة الزمنية .
2- الاعتماد على الطرق العادية مثل التحويلة اللوغاريتمية لمعالجة عدم التجانس للبيانات تكون أقل كفاءة من طرق أخرى( مثل التحويلات الموجية) .
3- صغر حجم البيانات تقلل من دقة التقديرات للنموذج المقترح، حيث توجد علاقة طردية بين حجم العينة ودقة التقديرات .
4- إن استخدام طريقة المربعات الصغرى في تقدير معلمات النموذج الإحصائي تكون طريقة غير كفؤة عند احتواء البيانات على قيم شاذة ، أو أن الأخطاء لا تخضع للتوزيع الطبيعي ، حيث في حالة عدم توافر هذه الشروط ينتج عنه مقدرات لا تحقق خصائص مقدرات المربعات الصغرى.

**ثالثاً: أهداف البحث :**

يهدف هذا البحث إلى بناء نموذج إحصائي مقترح (نموذج لا معلمي – الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى)، يمكن استخدامه في تحسين تقديرات معدل الاحتفاظ الأمثل بشركات التأمين، وبالتالي يمكن إيجاز أهداف البحث فيما يلى:

1- استخدام الاسلوب الموجي في ترشيح (filtering) المشاهدات للسلسلة الزمنية لمعالجة مشكلة التشويش للبيانات أو الضوضاء أو التلوث (noise)، والذى يؤثر حتماً على تقدير معالم النموذج المقترح .

2- المقارنة بين نموذج الانحدار الموجي المركب مع نموذج الانحدار البوتسترابى، من خلال الحصول على أقل قيمة ممكنة من المعايير الاحصائية المقدرة للأخطاء للنماذج المقترحة (وهى ذات تشويش أو ضوضاء أقل للبيانات).

3- تحسين تقديرات حدود الاحتفاظ بشركات التأمين باستخدام نموذج الانحدار الموجي المركب.

4- تحديد أهم العوامل المؤثرة على معدل الاحتفاظ، والتنبؤ بمعدل الاحتفاظ الامثل في شركات التأمين بالسوق السعودي خلال الفترات القادمة.

**رابعاً: أهمية البحث:**

تتمثل أهمية البحث في النقاط التالية :

1- مساعدة القائمين على إدارة شركات التأمين وكذلك هيئات الرقابة على التأمين على اتخاذ العديد من القرارات الهامة المتعلقة بالاكتتاب والاحتفاظ والاستثمار .

2- ترشيد كل من الإدارة العليا وخبراء الاكتتاب في اتخاذ قراراتهم نحو حدود الاحتفاظ الملائمة طبقا للإمكانيات المالية والفنية لشركات التأمين .

3- إن تحديد أسلوب مناسب لقياس حد الاحتفاظ يأخذ في الاعتبار كافة المتغيرات التأمينية والاقتصادية سوف يساعد شركات التأمين على الاستفادة المثلى من الطاقة المتاحة بالسوق السعودي .

4- يمكن لمتخذ القرار التعرف على اتجاهات سوق التأمين السعودي، ومراقبة الدور الاقتصادي والاجتماعي لقطاع التأمين .

5- تجنب الخسائر التي تتعرض لها شركات التأمين بسبب عدم دقة التقدير في حدود الاحتفاظ .

**خامساً: حدود البحث :**

تشمل حدود البحث ما يلى :

أ- **شركات التأمين** : سوف يتم التطبيق على كافة شركات التأمين التي تعمل في السوق السعودي والتي حصلت على ترخيص لمزاولة التأمين في المملكة السعودية وعددها 34 شركة تأمين .

ب- **الفترة الزمنية**: سيتم استخدام بيانات المتغيرات المرتبطة بمعدل الاحتفاظ ، خلال الفترة 1999 - 2014 كفترة دراسة لهذا البحث.

**سادساً: المتغيرات الداخلة في النموذج :**

تناول البحث عدد من المتغيرات ذات الصلة بمعدل الاحتفاظ وتنقسم المتغيرات إلى نوعين رئيسيين :-

**أ- المتغير التابع** : معدل الاحتفاظ ويرمز له بالرمز $Y$ .

**ب- المتغيرات المستقلة** :هناك عدد من المتغيرات المستقلة (التأمينية والاقتصادية ) وهى تشمل :

- **المتغيرات التأمينية، وتشمل :**

$X_1$ معدل الخسارة $X_2$ كثافة التأمين

$X_3$ إعادة التأمين الصادر $X_4$ خطر المحفظة التأمينية

$X_5$ حجم المطالبات $X_6$ رأس مال شركات التأمين

$X_7$ التغير في الاكتتاب $X_8$ الطاقة المستغلة

$X_9$ إجمالي أقساط التأمين $X_{10}$ التغلغل فى التأمين

$X_{11}$ تجنب الخطر (نسبة عدد المتعلمين)

- **المتغيرات الاقتصادية، وتشمل :**

$X_{12}$ عدد السكان $X_{13}$ متوسط دخل الفرد

$X_{14}$ الناتج المحلى $X_{15}$ الإنفاق على البنية التحتية

$X_{16}$ التجارة الخارجية $X_{17}$ الائتمان المصرفي

$X_{18}$ الوداع المصرفية $X_{19}$ الاستثمار

**سابعاً: الأسلوب الإحصائي المستخدم :**

سوف يستخدم الباحث أسلوب الانحدار الموجي المركب ( الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى ) كأحد الأساليب الإحصائية اللامعلمية التي يمكن استخدامها في مجال التأمين ، والتي تدرس العلاقة غير الخطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة ، والانحدار الموجي المركب هو تكوين أو اختلاط الانحدار الموجي مع الانحدار البوتسترابي، مع مقارنة الانحدار الموجي المركب مع الانحدار البوتسترابى ، ومدى قدرة الانحدار الموجي المركب على تحسين النتائج التأمينية ( تقديرات حدود الاحتفاظ) ، ويقوم الانحدار الموجي المركب بتقدير الدالة $(f)$ للبيانات الأصلية $(Y_i)$ ، ويأخذ النموذج الشكل التالي :

$$Y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad , x \in [0,1]$$

$f(x_i)$ : دالة غير معلومة .

$\varepsilon_i$ : التشويش أو التلوث في البيانات noise.

ومن خلال الانحدار الموجي المركب يتوصل الباحث إلى ما يلى :

أ- إزالة التشويش أو الضوضاء او التلوث noise في البيانات

ب- معالجة مشكلة عدم التجانس في البيانات .

ج- تحديد أهم العوامل المؤثرة على حدود الاحتفاظ .

د- التنبؤ بحدود الاحتفاظ خلال الفترات القادمة.

ذ- تحسين تقديرات معدل الاحتفاظ الأمثل بشركات التأمين .

**ثامناً : خطه البحث:**

لتحقيق أهداف البحث ومنهجية البحث تم تنظيم البحث ليتضمن المباحث التالية :

المبحث الاول : طبيعة نموذج الانحدار الموجي .

المبحث الثاني : توصيف نموذج الانحدار الموجي المركب .

المبحث الثالث : التطبيق العملي لنموذج الانحدار الموجي المركب .

المبحث الرابع : تحسين تقديرات حدود الاحتفاظ بشركات التأمين .

النتائج والتوصيات والمراجع .

## المبحث الاول
## طبيعة نموذج الانحدار الموجي

**مقدمة :**

لقد ظهرت في السنوات الأخيرة طرق تحليل جديدة تعرف باسم التحليل الموجي وهى مستمدة من تحليل الموجات ذات الترددات العالية وما يتصل بها من تحليل الإشارات ، ومن هنا جاء الاسم أن كلمة مويجة تعنى تصغير لكلمة موجة ، والمويجة هي أحد أنواع الدوال الرياضية المستخدمة لتجزئة الدالة المعطاة إلى مركبات تردد مختلفة ودراسة كل مركب على حده ، وبالرغم أن هذا التحليل صمم خصيصاً لهذا الغرض إلا أنه امتداد إلى فروع أخرى من العلوم أخرها علم الإحصاء (عبد اللطيف، 2011).

ويعتبر تحويلة المويجات أحد طرق الانحدار اللامعلمى والتي تقوم بتقدير الدوال غير المتجانسة وتحليل البيانات بدون فرض لوجود معلمات لنموذج الانحدار.

ويعد موضوع الانحدار الموجي من المواضيع الاحصائية المهمة التي تتناول سلوك الظواهر وتفسيرها ، ويمكن استخدام الاسلوب الموجي في ترشيح (filtering) مشاهدات السلسلة الزمنية ومعالجة مشكلة التشويش أو الضوضاء أو التلوث (noise) الذى يمكن أن تتعرض له السلسلة الزمنية والذى يؤثر على تقدير معلمات النموذج المقترح ، بالإضافة إلى عدم تجانس البيانات .

**1- مفهوم نموذج الانحدار الموجي :**

يتم استخدام الانحدار الموجي كأسلوب إحصائي لدراسة العلاقة غير الخطية بين المتغير التابع ومجموعة من المتغيرات المستقلة، ويقوم بتحويل البيانات غير المنتظمة إلى بيانات منتظمة ، كما يهدف إلى اختيار أصغر رقم للمعاملات الموجية المستقلة لتمثيل دلة الانحدار الموجي .

2- **أسباب استخدام الانحدار الموجي** :

تتلخص أسباب استخدام الانحدار الموجي متعدد الحدود فيما يلى :

**أ- معالجة مشكلة تلوث أو تشويش أو ضوضاء البيانات noise:**

يؤدى تعرض البيانات إلى التلوث أو التشويش إلى الوصول إلى قرارات غير صحيحة عند اختبار الفرضيات إذ يرتفع مستوى المعنوية تلقائياً، بالتالي لمعالجة هذا التشويش في البيانات يتم استخدام التحليل الموجي للبيانات من خلال ترشيح أو تنقية (filter) للبيانات بالتالي ينقسم المتغير إلى مركبين (smooth, noise) من هنا نفصل الضوضاء والتلوث من بيانات السلسلة الزمنية ، بالتالي نحصل على مشاهدات جديدة أقل تشويشاً أو تلوثاً .

**ب- معالجة مشكلة عدم تجانس البيانات :**

هناك عدة طرق لمعالجة مشكلة عدم تجانس التباين منها استخدام تحويل البيانات بطريقة يتحقق معها تجانس التباينات مثل التحويل اللوغاريتمى ، الجذر التربيعى ، المفلوبى ) ، ولكن استخدام التحويلات الموجية يؤدى إلى الحصول على مشاهدات أكثر تجانساً من حيث التباين لان قيمة P-value تكون أكثر معنوية مقارنة مع البيانات المحولة باستخدام التحويلات العادية مثل التحويل اللوغاريتمى (على ،مولود ، 2010،ص ص 247-248).

**ج- معالجة مشكلة صغر حجم المشاهدات والقيم الشاذة أو المتطرفة :**

بالطبع هناك علاقة طردية بين حجم العينة ودقة التقديرات لمعلمات النموذج ، ولكن باستخدام اسلوب البوتستراب مع الانحدار الموجي سيؤدى إلى إعادة المعاينة للأخطاء ( البواقي) ومن خلال ذلك سيترتب علية زيادة عدد المشاهدات ، واختفاء القيم الشاذة أو المتطرفة .

**3- فروض نموذج الانحدار الموجي :**

أ- يفترض الانحدار الموجي أن حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي $\varepsilon \approx N(0,\sigma^2)$ .

ب- الانحدار الموجي يقوم بتقدير الدالة $f$ وقياس أدائها عن طريق قياس الخطر وتقليله إلى أدنى حد ممكن .

ج- حجم العينة في الانحدار الموجي يعتمد على الصيغة $n = 2^j$ .

د- يقوم الانحدار الموجي بتحويل بيانات الفراغ غير المنتظمة إلى بيانات للفراغ المنتظمة ودراسة البيانات المرتبطة Correlated data.

هـ - يقوم الانحدار الموجي بحساب معاملات الاشارة وتقدير المعاملات الموجية باستخدام عملية $o(N)$ وهى أرقام النقاط المتباعدة وتمثيل الزيادة الخطية للإشارة.

و- التحويل الموجي المتقطع يتطلب عمليات $o(N\log(N)$ والتي تماثل التحويل السريع الفوريير Fourier .

**4- المقارنة بين الانحدار الموجي و الانحدار الخطى :**

يختلف نموذج الانحدار الموجي عن نموذج الانحدار الخطى في عدة أمور، والجدول التالي يوضح الاختلافات بينهم ( عيسى ، 2013، ص 75) :

**جدول رقم (1 )**

**أوجه المقارنة بين الانحدار الموجي والانحدار الخطى**

| الانحدار الموجي Wavelet regression | الانحدار الخطى Linear regression |
|---|---|
| الانحدار الموجي يدرس العلاقة غير الخطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة . | الانحدار الخطى يدرس العلاقة الخطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة . |
| اختيار المتغيرات المستقلة بناء على التصميم الثابت الذى يمثل القيم الفعلية للمتغيرات المستقلة على الرسم البياني . | اختيار المتغيرات المستقلة بناء على التصميم غير الثابت الذى يختار المتغيرات المستقلة بطريقة عشوائية أو تكون قيم المتغيرات المستقلة ناتجة من عمليات قياس سابقة وقيم المتغيرات المستقلة قيم احتمالية . |
| الخطأ العشوائي ينتج من صيغة المتغيرات المستقلة . | الخطأ العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط= الصفر وتباين = $\sigma^2$ . |
| الانحدار الموجي يقوم بتقدير الدوال غير المتجانسة المتقطعة . | الأخطاء غير مرتبطة بمعنى أن البيانات مستقلة لا تعتمد على بعضها البعض . |
| الانحدار الموجي يماثل الانحدار عديم المعلمات في تقدير الكثافة للدوال ودراسة السلاسل الزمنية . | |
| يقوم الانحدار الموجي باختيار أصغر عدد من المعاملات الموجية لتمثيل دالة الانحدار $f(t)$ . | |

**5- أهمية استخدام الانحدار الموجي :**

يستخدم نموذج الانحدار الموجي باعتباره أحد النماذج الغير معلميه التي يفضلها الباحث في التطبيقات التأمينية للأسباب التالية :

أ- يتم استخدام أسلوب الانحدار الموجي في تقدير معاملات الانحدار خاصة إذا كان شرط الطبيعية لا يتوافر في البيانات المستخدمة.

ب- يعتبر أسلوب الانحدار الموجي أحد الأساليب الإحصائية اللامعلمية التي يمكن استخدامها في مجال التأمين، حيث أن أسلوب الانحدار اللامعلمى له عدة مزايا( عبد العال ،2005) :

1- الانحدار اللامعلمى له قدرة تنبؤيه أعلى من أسلوب الانحدار المعلمى .

2- الانحدار اللامعلمى له قدرة أكبر على تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع من النموذج المعلمى .

ج- يعطي أسلوب الانحدار الموجي المركب تقديرات للخطأ أكثر دقة من التي نحصل عليها من الطرق التقليدية الأخرى .

د- الانحدار الموجي يدرس العلاقة غير الخطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة .

هـ- الخطأ العشوائي في الانحدار الموجي ينتج من صيغة المتغيرات المستقلة .

و- الانحدار الموجي يقوم بتقدير للدوال غير المتجانسة المتقطعة .

ل- يقوم الانحدار الموجي باختيار أصغر عدد من المعاملات الموجبة لتمثيل دالة الانحدار f(t).

ن – يعالج نموذج الانحدار الموجي المركب ما يلى :

- عدم تجانس البيانات .
- تنقية البيانات من التشويش أو التلوث .
- معالجة القيم الشاذة أو المتطرفة .
- معالجة صغر حجم المشاهدات .

**5- توصيف نموذج الانحدار الموجي :**

يعتبر اسلوب الموجي هو أحد أنواع الدوال الرياضية المستخدمة لتجزئة الدالة المعطاة إلى مركبات تردد مختلفة ، ويتكون الموجي من جزئيين يمثل الأول دالة القياس والثاني بدالة الأم .

ويقوم الانحدار الموجي بتقدير الدالة $(f)$ للبيانات الأصلية $(y_i)$ والزمن $(t_i)$ ويكون شكل النموذج كالتالي ( Amera,2013,pp16-19 ) :

$$Y_t = f(t_i) + \ell_i$$

$$i = 1,2.3,....,n$$

حيث أن :

$Y_t$ : الإشارة المشوشة noisy Signal.

$f(t_1)$ : دوال الإشارة Signal function.

$t_i = i/n$ : نقاط الزمن في العينة .

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, ...., \varepsilon_n$ : حدود الخطأ لدوال الإشارة المشوشة .

وحد الخطأ $(\varepsilon_i)$ ينتج من صيغة المتغيرات المستقلة لعملية الإشارة والتي تسمى white noise وحجم العينة $n = 2^j$

حيث j مجموعة الأعداد الصحيحة .

ونحصل على تقديرات الانحدار لدالة الإشارة $f(t_1)$ من بيانات العينة .

$f(t_1)$ غير معرفة في دالة الانحدار الموجي ، ويتم إيجادها كالتالي ( Toru Fujii and Sadanori ,2006,p. 202):

$$f(t) = \sum_{k=1}^{2^{j1}} \alpha k \phi j1k(t)$$

حيث أن :

$\phi j1k(t)$ : الموجي الاب .

ويتم تحديد $\phi k$ : من المعادلة التالية :

$$\phi k = \int f(t)\phi j1k(t)dt \qquad ;k, j1 \ə z$$

## المبحث الثاني
## توصيف نموذج الانحدار الموجي المركب

الانحدار الموجي المركب هو نموذج موجى متعدد الحدود مختلط مع نموذج الانحدار البوتسترابى ، وهو أحد الأساليب الاحصائية التي تدرس العلاقة غير الخطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة ، وهو أسلوب انحدار لا معلمي، وسوف يتم توصيف نموذج الانحدار الموجي المركب من خلال صياغة العلاقات محل البحث في صورة رياضية حتى يمكن قياس معاملاتها بالطرق القياسية .

بفرض لدينا المشاهدات :

$x_i = (x_1, x_2, ...., x_n)$ معطاة بالصيغة التالية :

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i$$

حيث أن :

$$x_i = \frac{i}{n}$$

$\varepsilon_i = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ....., \varepsilon_n)$ : تمثل التشويش .

والهدف هو تقدير الدالة $f$ غير المعلومة ، حيث أن :

$$f = (f_1, f_2, ...., f_n)$$

لذا فإن تقدير الانحدار الموجي المركب يتضمن الخطوات التالية :

**أولاً: التحويلات الموجية :**

يستخدم التحويل الموجي للحصول على المعاملات الموجية لاستخدامها في التقديرات الاحصائية والكشف عن البيانات المضغوطة Compression Date وتقليل البيانات المشوشة غير الخطية وتمثيل المعاملات الموجية الصغيرة ، والتحويلات الموجية هو تمثيل المشاهدات بدالة خطية أو غير خطية ذات مركبين وهو يقابل لتحويل فورير في تحليل مشاهدات السلسلة الزمنية وأن معاملات التحويل الموجي الصغير عبارة عن معاملات تلخص معلومات كل المشاهدات بعدد أقل مقارنة مع تحويل فورير الذى يحتاج إلى معاملات أكثر.

ويمكن إجراء التحويلات الموجيه من خلال الخطوات التالية :

**1- حساب قيم معاملات المويجة :**

يتم تطبيق التحويل الموجي على البيانات $(y_1, y_2, ...., y_n)$ وفق للدالة التالية :

$$b_{JK} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) w_{JK}(x)\, dx$$

وتستخدم هذه الدالة في التحويل الموجي (الصفاوى، حسين ، آخرون، 2009،ص 279):
ومن خلال هذه الدالة يتم حساب قيم معاملات المويجة w بواسطة تطبيق التحويل الموجي المتقطع على البيانات $(y_1, y_2, \ldots\ldots, y_n)'$ وفق الصيغة التالية :

$$w = Wy$$

حيث أن W هى مصفوفة التحويل المويجى من الدرجة (n x n)

2- **نحصل على الدالة الموجية** Walvet function : يتم الحصول على هذه الدالة عن طريق ترجمة المعلمات لكلاً من الزمن والتكرار باستخدام الموجية الام Mother Walvet،والتي تعرف كالتالي (Kaz , 2014,p 198 Adamowski& et al, ):

$$\Psi_t = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$$

ويمكن اشتقاق الدالة الموجية من المعادلة التالية :

$$\Psi_{a,b}(t) = |a|^{\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

حيث أن :

a : عامل التكرار .

b : عامل الزمن .

$\Psi_{a,b}(t)$ : معلمات الموجي .

3- **إعادة تقدير الدالة الموجية :** الدالة السابقة متذبذبة تتلاشى تدريجياً بالنسبة للزمن وتستخدم كتقريب للدوال الموجبة ، وتصاغ الدالة الموجبة من الموجية الآم عن طريق اشتقاق العامل $n = 2^j$ عند مستوى الحل j والموقع k بالمعادلة التالية (عبد الحليم ،2007،ص 55) :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \qquad j, k \in z$$

حيث أن :

$\psi_{j,k}(t)$ : الدالة الموجية .

$\psi$ : الموجية الأم .

$j$ : تعبر عن مستوى الحل .

$2^{j/2}$ : تعبر عن المعامل الثابت الذى يحافظ على الثبات الطبيعي .

وتتميز الدالة الموجية بخاصية القاعدة فوق الطبيعية التي تشتمل على كلا من الموجية الأم والموجية الأب في الحدود للدوال الموجية ، وتستخدم كلا من الموجية الأم والأب للإشارات الموجية المتقطعة وحجم العينة $(n = 2^j)$ ، كما تتميز الدالة الموجية بخاصية القاعدة غير الشرطية التي تعبر عن حجم المعاملات الموجية ( Wenying Huang, 2003,pp 30-45 ).

ومن خلال هذه الدالة يتم تعديل معاملات المويجة التي تم إيجادها من الخطوة (أ) وذلك من خلال تمريرها عبر عتبة ومن ثم حساب المعاملات المعدلة $(w^*)$ .

4- **ايجاد معكوس تحويل المويجة** : يتم إعادة تغطية المشاهدات والحصول على مشاهدات أقل تلوثاً (y) من خلال حساب معكوس معاملات التحويل المتقطع للموجة الصغيرة المعدلة ، هو ما يسمى بإعادة تكوين المشاهدات ، وذلك من خلال الصيغة الآتية :

$$\hat{y} = W^{-1}(y^*)$$

حيث أن : $\hat{y}$ : معكوس التحويل الموجي ، $(y^*)$ : التحويل الموجي .

5- **التقليص الموجي:** هو عبارة عن قطع عتبة غير خطى لمعاملات التحويل للموجة الصغيرة، وذلك من خلال اختيار مستوى قطع العتبة الشاملة لأنه أكثر ملائمة في معالجة مشكلة التلوث أو الضوضاء أو التشويش للبيانات، واستخدمنا قطع العتبة الصلب والذى يعطى خيارين للرقم يمر أم لا، بينما قطع العتب الناعم يعطى ثلاث اختيارات، وتعرف قطع العتبة الصلب من خلال الصيغة الرياضية التالية : (Donald B&Muying and James,2004)

$$\lambda = \sigma\sqrt{2Log * n}$$

حيث أن : $\lambda$ : مستوى قطع العتبة الشاملة .

$n$ : عدد المشاهدات .

$\sigma$ : الانحراف المعياري لمستوى التشويش والذى يكون غالبا غير معلوم ويمكن استبداله بوسيط الانحرافات المطلقة $\hat{\sigma}$ لمعاملات الموجي كالتالي :

$$\hat{\sigma} = \frac{AMD}{\gamma}$$

$\gamma$ : هي قيمة الثابتة (0.645) تمثل وسيط التوزيع الطبيعي القياسي في حين أن (AMD) يمثل الحد المطلق لوسيط المعاملات ($W_1$)، أي أن ( Leven, Howard,2006,pp 287-292):

$$AMD = median\left\{\left|W_{1,0}\right|, \left|W_{1,1}\right|,....,\left|W_{1,\frac{N}{2}-1}\right|\right\}$$

وهنا المعاملات تحول إلى مجموعة صفرية فقط إذا كانت القيم المطلقة لها أصغر من مستوى قطع العتبة $\lambda$ ، أي أن :

$$\eta(d_{j,k}) = \begin{vmatrix} 0 & if \left|d_{j,k}\right| \prec \lambda \\ d_{j,k} & if \left|d_{j,k}\right| \succ \lambda \end{vmatrix}$$

بالتالي تمر قيمة العتبة بالمراحل التالية :

- إيجاد وسيط التحويلات الموجية $M$.
- إيجاد الفرق المطلق $D_i$ ، وهو عبارة عن الفرق بين التحويلات الموجية $WY_i$ والوسيط للتحويلات الموجية $M$ ، ويتم كالتالي :

$$D_i = \left|WY_i - M\right|$$

- إيجاد متوسط الفرق المطلق $(MAD)$ *Absoult Median Diffrence* .

$$AMD = Median\,(D)$$

- إيجاد مستوى الضوضاء ، كالتالي :

$$\hat{\sigma} = \frac{AMD}{\gamma}$$

حيث أن : $\gamma = 0.6745$ ( رقم ثابت ، رقم Robust)

- تحديد قيمة العتبة $\lambda$.

**ثانياً: التحويلات الموجية البوتسترابية :**

ولإيجاد التحويلات الموجية البوتسترابية بطريقة البواقي يجب اتباع الخطوات التالية :

أ- إيجاد قيم متجه الأخطاء العشوائية من التحويلات الموجية، من خلال تقسيم المتغير التابع $y$ إلى مركبين $y_1$ ويمثل noise (وهو بمثابة التلوث أو الضوضاء وهو ما يسمى البواقي Residual) ، والجزء الثاني $y_2$ ويمثل Smooth(الجزء الباقي بعد استبعاد البواقي وهو الخالي من التلوث أو الضوضاء).

ب- إجراء عملية المعاينة بإرجاع على قيم متجه الإخطاء وتكون العينات البوتسترابية والتي عددها $(n^n)$ ، بحيث أن كل عينة بوتسترابية حجمها $(n)$.

ج- سحب عدد معين من العينات البوتسترابية المتولدة من الخطوة السابقة بشكل عشوائي وبحجم $(r)$ من العينات البوتسترابية .

د- إيجاد قيم متغير الدراسة البوتسترابى :

$$y_{i\,(j)}^{(b)} = f(X_i, \widehat{\beta}_{ols}) + e_{i(j)}^{(b)}$$

حيث أن : $i = 1,2,...,n$ ، $j = 1,2,...,r$

(b ): رمز يشير إلى أن القياسات المحسوبة تمت باستخدام البوتستراب.

هـ - تقدير معلمات الانحدار البوتسترابة باستخدام طريقة المربعات الصغرى لكل عينة بوتسترابية وذلك من خلال انحدار $\left(y_{(j)}^{(b)} / X, j = 1,2,....,r\right)$ وبالصيغة التالية :

$$\widehat{\beta}_{ols}^{(b)} = \widehat{\beta}_{(j)}^{(b)} = (X'X)^{-1} X' y_{(j)}^{(b)}$$

و- وفى المحصلة النهائية سيتم الحصول على عدد(r) من معلمة القطع $(\widehat{\beta}_0)$ ، (r) من معلمة الانحدار $(\widehat{\beta}_1)$ وهكذا لبقية المعلمات إن وجد، وبالعودة إلى مقدرات النسب فى المعادلات السابقة والاستعاضة عن $(\widehat{\beta}_{ols})$ بـ $(\widehat{\beta}_{ols}^{(b)})$ ، نحصل على المقدرات الجديدة.

ح- استخدام المعايير الاحصائية لاختبار مدي الثقة الإحصائية في التقديرات الخاصة بمعلمات النموذج، ومن أهمها معامل التحديد واختبارات المعنوية .

**ثالثاً: تقدير الانحدار الموجي المركب :**

يتم تقدير الدالة $f$ بواسطة إيجاد معكوس التحويل الموجي وفق للصيغة التالية :

$$\widehat{f}(x) = w^T w^*$$

ومن خلال التحويلات الموجية تم الحصول على المتغيرات التي بها كافة التأثيرات والسمات وتم استبعاد التأثيرات المماثلة في التحويلات الموجية ، ومن خلال التحويلات الموجية البوتسترابية بطريقة البواقي حصل الباحث على معادلة الانحدار الموجي البوتسترابى، بالتالي تضمن هذه المعادلة خليط بين الانحدار الموجي اللامعلمى والانحدار البوتسترابى اللامعلمى .

ويأخذ نموذج الموجي المركب الشكل التالي :

$$\hat{Y} = X\hat{B}^{(b)} + \varepsilon$$

حيث $\hat{B}^{(b)}$ مقدر غير متحيز لـ $(B)$.

**رابعاً: اختبار مدى كفاءة النموذج المقترح :**

هناك بعض المعايير الإحصائية لمعرفة مدى كفاءة النموذج المقدر من خلال محاولة الحصول على أقل قيمة ممكنة لهذه المعايير، وسوف يتم تحديد قوة ودقة التنبؤ والقدرة التفسيرية للمتغيرات التفسيرية لنموذج الانحدار الموجي المركب من خلال المقاييس التالية :

1- **مقاييس مقدرة النموذج على التنبؤ** (Jian Zhang &et al,2015) :

**أ- متوسط القيم المطلقة للخطأ {Mean Absolute Error {MAE}**

ويمكن إيجاده بالصيغة التالية:

$$MAE = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}|y_i - \widehat{y}_i|\right)$$

**ب- الجدر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ Root Mean Square Error {RMSE}**

ويمكن إيجاده بالصيغة التالية:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}$$

ج- **نسبة متوسط القيم المطلقة للخطأ {Mean Absolute Error Percent {MAE}**

$$MAPE = \frac{\sum_{i=0}^{15}\left|\frac{e_i}{Y_i}\right| * 100}{n}$$

**2- مقاييس القوة التفسيرية** (Vinit Sehgal &et al ,2014,p 2798 ):

يستخدم معامل التحديد لاختبار القدرة التفسيرية لمتغيرات النموذج والذى يأخذ الصورة التالية:

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_i)(\widehat{y} - \bar{\widehat{y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_i)(\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{y} - \bar{\widehat{y}})}}}\right)$$

حيث أن :

$\bar{\widehat{y}}_i$ : متوسط القيم المتوقعة للفترة i (المتنبأ بها).

وكلما اقتربت قيمة معامل $(R^2)$ من الواحد كلما دلت على القدرة العالية للمتغيرات التفسيرية ( المتغيرات الداخلة في نموذج الانحدار الموجي المركب).

3- **اختبار دقة تنبؤات النموذج** :

يعتمد هذا الاختبار على حساب معامل ثيل واستخدامه في اختبار دقة تنبؤات النموذج ، وتتراوح قيمة متباينة ثيل بين $(0 \le U \le 1)$وكلما صغرت قيمة $(U)$فإن ذلك يدل على ارتفاع قدرة النموذج على التنبؤ ، حتى إذا وصلت إلى الصفر فإن النموذج يصل إلى حالة التنبؤ الكامل، وتمثل معامل ثيل في العلاقة التالية (عبد الحليم، 2007 ، ص 24):

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\hat{Y}_i - Y_i)}}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\hat{Y}_i)^2} + \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(Y_i)^2}}$$

$U$ : معامل متباينة ثيل .

$\hat{Y}$ :القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع.

$N$ : عدد المشاهدات ( المفردات).

## المبحث الثالث

## التطبيق العملي لنموذج الانحدار الموجي المركب

لتطبيق نموذج الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى على بيانات حدود الاحتفاظ ، وتقليل التلوث ( التشويش أو الضوضاء ) الذى يمكن أن تتعرض له البيانات ومعالجة مشكلة عدم تجانس للبيانات ، وبالتالي تحسين تقدير حد الاحتفاظ بشركات التأمين ، فإن الجانب التطبيقي يمر بالخطوات التالية :

**أولاً : التحويل الموجي للبيانات :**

**1- تحديد المتغيرات الاكثر تأثيراً :**

تم استخدام الانحدار المتعدد بطريقة Stepwise لتحديد المتغيرات الاكثر تأثيراً على المتغير التابع (وهى سته متغيرات) ، كالتالي :

**توفيق معادلة انحدار بالمربعات الصغرى للعينة الإجمالية**

**جدول رقم ( 2 )**

| variable | $\hat{\beta}$ | S.E | t | Sig. |
|---|---|---|---|---|
| constant | 30.987 | 2.492 | 14.182 | 0.000 |
| $(x_{17})$ | 9.196 | 0.000 | 6.203 | 0.000 |
| $(x_9)$ | 0.099 | 0.000 | 6.100 | 0.000 |
| $(x_{11})$ | 0.686 | 0.135 | 4.495 | 0.001 |
| $(x_{16})$ | -0.098 | 0.000 | -2.488 | 0.027 |
| $(x_{10})$ | 0.188 | 0.815 | 2.243 | 0.043 |
| $(x_{19})$ | 0.147 | 0.026 | 3.2947 | 0.017 |

**نلاحظ من الجدول السابق ما يلى :**

- تم تقدير معلمات نموذج الانحدار بطريقة النهاية الصغرى OLS .
- المتغيرات الآتية هي المتغيرات الاكثر تأثيراً على معدل الاحتفاظ للأقساط وهى : $(x_{17})$ الودائع المصرفية، $(x_9)$ أقساط التأمين، $(x_{11})$ عدد السكان، $(x_{16})$ الائتمان المصرفي، $(x_{10})$ معدل نمو التغلغل في التأمين، $(x_{19})$ الاستثمار.
- معادلة الانحدار ككل معنوية حيث أن $(P \prec 0.01)$.
- تم توفيق معادلة الانحدار الخطى المتعدد بطريقة المربعات الصغرى فكانت كالتالي :

$$\hat{y} = 30.987 + 9.196X_9 + 0.099X_{10} + 0.686X_{11} - 0.0981X_{16} + 0.188X_{17} + 0.147X_{19}$$

- توجد علاقة طردية بين المتغيرات الآتية : $(x_{17})$ الودائع المصرفية، $(x_9)$ أقساط التأمين، $(x_{11})$ عدد السكان، $(x_{10})$ معدل نمو التغلغل في التأمين، $(x_{19})$ الاستثمار وبين معدل الاحتفاظ للأقساط بشركات التأمين.

- توجد علاقة عكيسيه بين متغير $(x_{16})$ الائتمان المصرفي وبين معدل الاحتفاظ للأقساط .

**2- إدخال المتغيرات المستقلة والحصول منها على التحويل الموجي:**

تم أدخال المتغيرات المستقلة $(X_9, X_{10}, X_3, X_{16}, X_{17}, X_{19})$ والحصول منها على التحويل الموجي باستخدام المعادلة التالية :

$$[CA, CH, CV, CD] = DWT2('X', 'db1')$$

حيث أن :

$DWT$ : التحويل الموجي .

$db1$ : الدالة الموجية .

$[CA, CH, CV, CD]$ : المصفوفات القطرية التقريبية المستخدمة للحصول على التحويل الموجي .

وبعد الحصول على قيم المتغيرات المستقلة الجديدة نحصل على الدالة الموجية لحجم العينة $n = 2^j$ كما في المعادلة التالية :

$$[PHI, PSI, XVIL] = WAVEFUN('db1', ITER)$$

حيث أن :

$ITER$ : يرمز لحجم العينة .

وبالتطبيق على المتغير التابع y تم تحديد التحويل الموجي، وهى كانت كالتالي :

**جدول رقم(3 )**

**التحويلات الموجية للمتغير التابع**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 161.3 | 190.5 | -14.6 | -0.5 | -10.5 | -0.07 | -0.96 | 1.3 | -8.3 |
| | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | | |
| | -0.14 | -0.03 | -0.8 | 0.06 | -0.35 | -0.52 | -0.48 | | |

**ثانياً: إيجاد معكوس التحويل الموجي :**

ويتم ذلك من خلال المراحل التالية :

أ- يقوم النموذج بإيجاد معكوس التحويل الموجي والحصول منه على القيم الجديدة للمتغير التابع لاستخدامها في الحصول على المعاملات الموجية المقدرة كما في المعادلة التالية :

$$X = IDWT[CA, CH, CV, CD]$$

حيث أن :

$IDWT$ : معكوس التحويل الموجي .

$[CA, CH, CV, CD]$ : المصفوفات القطرية التقريبية المستخدمة للحصول على معكوس التحويل الموجي .

ب- إيجاد وسيط التحويلات الموجية $M$ .

ج- إيجاد الفرق المطلق $D_i$ ، وهو عبارة عن الفرق بين التحويلات الموجية $WY_i$ والوسيط للتحويلات الموجية $M$ ، ويتم كالتالي :

$$D_i = |WY_i - M|$$

د- إيجاد متوسط الفرق المطلق *Absoult Median Diffrence* (*AMD*) .

$$AMD = Median\ (D) = 0.43$$

هـ - إيجاد الانحراف المعياري ، كالتالي :

$$\sigma = \frac{AMD}{\gamma}$$

حيث أن : $\gamma = 0.6745$ ( رقم ثابت ، رقم Robust Regression)

$$\sigma = \frac{0.43}{0.6745} = 0.637$$

و- تحديد قيمة العتبة $\lambda$ .

وتتحدد كالتالي . $\lambda = \sigma\sqrt{2Log(16)} = 0.989$

قيمة العتية تحدد لنا ما يزيد عن هذا الرقم في التحويلات الموجية يبقى كما هو ، والذى يقل عن هذا الرقم نعوض عنة بالصفر:

$$WTV_i = \begin{cases} WY & if_i\ WY \succ \lambda_i \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

والجدول التالي يوضح المتغير التابع بعد تطبيق العتبة :

**جدول رقم ( 4 )**

**التحويلات الموجية للمتغير التابع بعد تطبيق العتبة (WTY)**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **161.3** | **190.5** | **-14.6** | **0** | **-10.5** | **0** | **0** | **1.3** | **-8.3** |
| **9** | **10** | **11** | | **12** | **13** | **14** | **15** | |
| **0** | **0** | **0** | | **0** | **0** | **0** | **0** | |

ل- بالتالي نستخرج القيم الجديدة للمتغير التابع (y ) بعد فصل المتغير التابع إلى مركبين ( الأول y1 ويسمى بالضوضاء أو الجزء الخشن أو البواقيnoise ،والثانيy2 ويسمى بالجزء الناعم Smooth) وهى قيمة المتغير الجديد ، وهى كالتالي :

**جدول رقم ( 5 )**
**التحويلات الموجية للمتغير التابع**

| السنة | قيم معدل الاحتفاظ الفعلية $y$ | قيم التحويل الموجي (الجزء الناعم) للمتغير التابع $\hat{y}_2(smooth)$ | الأخطاء (الجزء الخشن) $\widehat{y}_1(noise) = residual = e_i$ |
|---|---|---|---|
| 1999 | 52.8 | 52.678 | 0.122 |
| 2000 | 53.7 | 53.622 | 0.078 |
| 2001 | 54.2 | 54.275 | -0.075 |
| 2002 | 55.1 | 55.005 | 0.095 |
| 2003 | 56.6 | 56.45 | 0.15 |
| 2004 | 58 | 57.703 | 0.297 |
| 2005 | 58.3 | 58.765 | -0.465 |
| 2006 | 60.5 | 59.878 | 0.622 |
| 2007 | 61.5 | 61.803 | -0.303 |
| 2008 | 62.7 | 63.51 | -0.81 |
| 2009 | 64.6 | 64.999 | -0.399 |
| 2010 | 67.04 | 66.547 | 0.493 |
| 2011 | 68.9 | 69.244 | -0.344 |
| 2012 | 72 | 71.633 | 0.367 |
| 2013 | 73.2 | 73.471 | 0.271 |
| 2014 | 75.9 | 75.456 | 0.444 |

**ثالثاً : الحصول على قيم المعلمات المقدرة للنموذج الموجي البوتسترابى :**

**أ- قيم الأخطاء الموجية :**

تم حساب قيم الأخطاء من التحويلات الموجية (تشويش أو ضوضاء البيانات noise) من التحويلات الموجية، وهو بمثابة الخطأ (ei) كما هو واضح بالجدول السابق ( رقم 5) .

**ب- سحب عينات البوتستراب ذات الحجم n مع الإحلال :**

تم سحب 1000 عينة بحجم 16 مشاهده مع الإرجاع من الأخطاء المحسوبة في الخطوة السابقة.

**ج- حساب قيم y الموجية البوتسترابية :**

وذلك بإضافة البواقي الناتجة من إعادة المعاينة في الخطوة السابقة إلى معادلة المقدرة في الخطوة الأولى وذلك بافتراض أن علاقة الانحدار ثابتة $Y^{(b)} = X\hat{B} + e^{(b)}$

**د- الحصول على تقديرات معالم الموجي البوتسترابى وذلك لكل عينة تم سحبها**

فعلى سبيل المثال للعينة البوتسترابية الأولى يكون: $\hat{B}^{(b1)} = (X'X)^{-1} X'Y^{(b)}$

**هـ - الحصول على تقدير معلمات نموذج الانحدار الموجي البوتسترابى :**

يتم ذلك بإيجاد متوسط تقدير كل معلمة لكل العينات المسحوبة لينتج تقدير معلمة الموجي المركب ، ونحصل على قيم المعلمات المقدرة لنموذج الموجي البوتسترابى .

وكانت قيم المعلمات المقدرة للنموذج الموجي البوتسترابى كالتالي :

$$\hat{B}_0{}^{(b)} = \sum_{r=1}^{1000} \hat{B}_0{}^{(br)} / 1000 = 32.373$$

$$\hat{B}_9{}^{(b)} = \sum_{r=1}^{1000} \hat{B}_1{}^{(br)} / 1000 = 7.379$$

$$\hat{B}_{10}{}^{(b)} = \sum_{r=1}^{1000} \hat{B}_2{}^{(br)} / 1000 = 0.108$$

$$\hat{B}_{11}{}^{(b)} = \sum_{r=1}^{1000} \hat{B}_3{}^{(br)} / 1000 = 0.608$$

$$\hat{B}_{16}{}^{(b)} = \sum_{r=1}^{1000} \hat{B}_4{}^{(br)} / 1000 = -0.123$$

$$\hat{B}_{17}{}^{(b)} = \sum_{r=1}^{1000} \hat{B}_5{}^{(br)} / 1000 = 0.217$$

$$\hat{B}_{19}{}^{(b)} = \sum_{r=1}^{1000} \hat{B}_5{}^{(br)} / 1000 = 0.161$$

**رابعاً : معادلة الانحدار الموجي المركب :**

يأخذ نموذج الانحدار الموجي المركب على الصورة التالية :

$$\hat{y} = 32.373 + 7.379X_9 + 0.108X_{10} + 0.608X_{11} - 0.123X_{15} + 0.217X_{17} + 0.161X_{19}$$

**التطبيق العملي للانحدار البوتسترابى :**

**1- التقدير الإحصائي لمعلمات النموذج البوتسترابى** :

وفيما يلى النتائج التي تم الحصول عليها باستخدام الحاسب الآلي لنموذج الانحدار البوتسترابى :

**جدول رقم ( 6 )**
**معلمات النموذج البوتسترابى**

| المتغيرات | معدل الاحتفاظ ( المعلمات ) |
|---|---|
| الثابت | 30.962 |
| $X_9$ | 9.212 |
| $X_{10}$ | 0.099 |
| $X_{11}$ | 0.687 |
| $X_{16}$ | -0.098 |
| $X_{17}$ | 0.188 |
| $X_{19}$ | 0.147 |

نلاحظ من الجدول السابق :

أ- وجود علاقة طردية بين المتغيرات $(X_9)$ ، $(X_{10})$ ، $(X_{11})$ ، $(X_{17})$ ، $(X_{19})$ وبين معدل الاحتفاظ عند مستوى معنوية 5%

ب- وجود علاقة عكسية بين المتغير $(X_{15})$ وبين معدل الاحتفاظ عند مستوى معنوية 5%

ج- بلغ معامل التحديد 93.2% وهو يوضح قوة القدرة التفسيرية للمتغيرات المستقلة على تفسير المتغير التابع .

**2- القيم الفعلية والتقديرية لنموذج الانحدار البوتسترابى :**

**جدول رقم (7 )**

**القيم الفعلية والتقديرية لمعدل الاحتفاظ بالأقساط**

| السنة | معدل الاحتفاظ الفعلي $y$ | معدل الاحتفاظ التقديري $\hat{y}_1$ | الأخطاء $e_i = y_i - \hat{y}_i$ |
|---|---|---|---|
| 1999 | 52.8 | 52.956 | -0.156 |
| 2000 | 53.7 | 53.927 | -0.227 |
| 2001 | 54.2 | 54.6 | -0.4 |
| 2002 | 55.1 | 55.588 | -0.488 |
| 2003 | 56.6 | 56.924 | -0.324 |
| 2004 | 58 | 57.567 | 0.433 |
| 2005 | 58.3 | 58.968 | -0.668 |
| 2006 | 60.5 | 60.111 | 0.389 |
| 2007 | 61.5 | 61.924 | -0.424 |
| 2008 | 62.7 | 63.171 | -0.471 |
| 2009 | 64.6 | 64.956 | -0.356 |
| 2010 | 67.04 | 67.24 | -0.2 |
| 2011 | 68.9 | 69.119 | -0.219 |
| 2012 | 72 | 72.297 | -0.297 |
| 2013 | 73.2 | 73.261 | -0.061 |
| 2014 | 75.9 | 76.419 | -0.519 |

**3- معادلة الانحدار البوتسترابى :**

يكون نموذج الانحدار البوتسترابى على الصورة التالية :

$$\hat{y} = 30.962 + 9.212X_9 + 0.099X_{10} + 0.687X_{11} - 0.0.098X_{15} + 0.188X_{17} + 0.147X_{19}$$

## المبحث الرابع

## تحسين تقديرات معدلات الاحتفاظ بشركات التأمين

نموذج الانحدار الموجي المركب هو من النماذج اللامعلمية التي تفيد في دقة التقدير لحدود الاحتفاظ بشركات التأمين ، حيث يفضل استخدامه في الحالات التالية :

أ- صغر حجم البيانات .

ب- وجود قيم شاذة في البيانات .

ج- يعطى هذا النموذج تقديرات للخطأ أكثر دقة من التي نحصل عليها من النماذج المعلميه .

د- يؤدى هذا النموذج إلى تحسين النتائج في تقديرات حدود الاحتفاظ .

ويمكن قياس اثر استخدام نموذج الانحدار الموجي المركب في تحسين تقديرات حدود الاحتفاظ بشركات التأمين من خلال مقاييس دقة التنبؤ التالية :

**أولاً : دقة التنبؤ لنموذج الانحدار الموجي المركب :**

**الجدول (7 )**

**المقاييس المتعلقة باختبارات الدقة التنبؤيه لنموذج الانحدار الموجي المركب**

| *Model* | *Model Fit Statistics* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *MSE* | *RMSE* | *MAPE* | *MAE* | *Thiel* | $R^2$ |
| الانحدار الموجي المركب | 0.114 | 0.338 | 0.465 | 0.288 | 0.0346 | 0.96 |

تشير المقاييس السابقة إلى :

1- كل المقاييس السابقة تقترب من الصفر وهو ما يعنى بان النموذج الموجي المركب جيد أي دقة النموذج وقدرته على التنبؤ .

2- معامل التحديد لنموذج الانحدار الموجي المركب 0.96 فهو يدل على قوة القدرة التفسيرية للمتغيرات المستقلة على تفسير المتغير التابع .

**ثانياً : دقة التنبؤ لنموذج الانحدار البوتسترابى :**

**الجدول (8 )**

**المقاييس المتعلقة باختبارات الدقة التنبؤيه لنموذج الانحدار البوتسترابى**

| Model | Model Fit Statistics | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | MSE | RMSE | MAPE | MAE | Thiel | $R^2$ |
| الانحدار البوتسترابى | 0.146 | 0.382 | 0.577 | 0.352 | 0.145 | 0.92 |

نلاحظ من الجدول السابق :

المقاييس السابقة تقترب من الصفر وهو ما يعنى بان نموذج الانحدار البوتسترابى جيد ، أي دقة النموذج وقدرته على التنبؤ .

2- معامل التحديد لنموذج الانحدار البوتسترابى 0.932 فهو يدل على قوة القدرة التفسيرية للمتغيرات المستقلة على تفسير المتغير التابع .

**ثالثاً: أثر استخدام نموذج الانحدار الموجي المركب في تحسين تقدير نتائج معدل الاحتفاظ للأقساط :**

يتم ايجاد النسبة بين مقاييس الخطأ في نموذج الانحدار البوتسترابى إلى مقاييس الخطأ في الانحدار الموجي المركب ، حتى نوضح مدى مساهمة النموذج المقترح في تحسين تقديرات معدل الاحتفاظ بشركات التأمين ، ويتم كالتالي :

أ- بالنسبة لمقياس متوسط مربعات الخطأ :

$$MSE = \frac{MSE(2)}{MSE(1)} * 100 = 128.04\%$$

حيث يرمز الرقم (2) إلى مقياس نموذج انحدار البوتستراب ، بينما الرقم (1) هو مقياس نموذج الانحدار الموجي البوتسترابى .

ب- بالنسبة لمقياس نسب القيم المطلقة للخطأ :

$$MAPE = \frac{MAPE(2)}{MAPE(1)} * 100 = 124.026\%$$

ج- بالنسبة لمقياس متوسط القيم المطلقة للخطأ :

$$MAE = \frac{MAE(2)}{MAE(1)} * 100 = 122.049\%$$

بالتالي يتم تحسين نتائج التقدير لمعدل الاحتفاظ باستخدام اسلوب الانحدار الموجي المركب بنسب تتراوح ما بين(122%، 128%) عن الانحدار البوتسترابى وخاصاً في ظل صغر حجم المشاهدات أو في حالة وجود قيم شاذة في البيانات .

ونلاحظ على أسلوب الانحدار الموجي المركب ما يلى :

1- إن أسلوب الموجي المركب يحقق تشابه بين القيم المقدرة فى العينة والتوقع الشرطي لـ y في المجتمع، وبين البواقي E في العينة والخطأ في المجتمع.
2- بالرغم من عدم وجود فروض خاصة بشكل توزيع الخطأ فإن إجراء الانحدار الموجي المركب بتكوينه طبقا للنموذج الخطى يتضمن افتراض أن الشكل الدالي للنموذج صحيح.
3- إعادة البواقي الموجية البوتسترابية تتضمن افتراض أن الأخطاء تكون ذات توزيع متماثل .
4- يتم إجراء التحويلات الموجية وتقدير معلمات الانحدار بأسلوب البوتستراب، ومن هنا نضمن التخلص من القيم الشاذة ، ومن صغر حجم البيانات والتي قد تؤدى في طرق أخرى معلميه إلى سوء التقدير.
5- أدى استخدام نموذج الانحدار الموجي البوتسترابى إلى الحصول على مشاهدات أقل تشويشاً أو تلوثاً ( تقليل الخطأ)، كما أدى أسلوب الانحدار الموجي البوتسترابى إلى تحسين نتائج التقدير لمعدل الاحتفاظ في شركات التأمين.

**رابعاً : التنبؤ بمعدل الاحتفاظ الأمثل بشركات التأمين :**

سوف يتم استخدام نموذج الانحدار الموجي المركب في التنبؤ بمعدل الاحتفاظ لشركات التأمين بالسوق السعودي، والجدول التالي يوضح معدل الاحتفاظ المقدر خلال الفترة 2015- 2020.

**جدول رقم ( 9)**

**التنبؤ بحد الاحتفاظ خلال الفترة 2015- 2020**

| السنة | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| معدل الاحتفاظ | 76.2 | 77.5 | 79.1 | 83.6 | 84.4 | 85.2 |

طبقاً لمبدأ الاحتفاظ الأمثل نجد أن الشركة لا تقوم بالتقدير الأمثل لمعدل الاحتفاظ مما يترتب علية ضياع نسبة من الأقساط المحولة لشركات إعادة التأمين ، الأمر الذى يؤدى إلى ضياع الأرباح التي كان من الممكن الحصول عليها لولا القيام بإعادة التأمين غير المبرر.

## النتائج والتوصيات والمراجع

**أولاً :النتائج :**

1- اهتمت الدراسة باستخدام طريقة الانحدار الموجي المركب ( الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى ) لتحديد معدل الاحتفاظ الأمثل للأقساط بسوق التأمين السعودي، في ظل صغر حجم المشاهدات ، وعدم تجانس البيانات ووجود تلوث أو تشويش بالبيانات .

2- تمت المفاضلة بين نموذجي الانحدار الموجي المركب ونموذج الانحدار البوتسترابى من خلال مقاييس الخطأ، وأتضح دقة النموذج المقترح، للأسباب التالية:

أ- إن أسلوب الانحدار الموجي المركب يحقق تشابه بين القيم المقدرة في العينة والتوقع الشرطي لـ y في المجتمع، وبين البواقي E في العينة والخطأ فى المجتمع.

ب- بالرغم من عدم وجود فروض خاصة بشكل توزيع الخطأ فإن إجراء الانحدار الموجي المركب بتكوينه طبقا للنموذج الخطى يتضمن افتراض أن الشكل الدالي للنموذج صحيح.

ج- إعادة البواقي الموجية البوتسترابية تتضمن افتراض أن الأخطاء تكون ذات توزيع متماثل .

د- تم إجراء التحويلات الموجية وتقدير معلمات الانحدار الموجى بأسلوب البوتستراب ، ومن هنا نضمن التخلص من القيم الشاذة، ومن صغر حجم البيانات والتي قد تؤدى في طرق أخرى معلميه إلى سوء التقدير.

هـ - أدى أسلوب الانحدار الموجي المركب إلى تحسين نتائج التقدير لمعدل الاحتفاظ في شركات التأمين ، حيث وجدنا :

- أن قيمة معامل ثيل لنموذج الانحدار الموجي المركب أصغر من المناظرة لنموذج الانحدار البوتسترابى .
- القدرة التفسيرية للنموذج الموجي المركب أعلى حيث بلغ معامل التحديد 96% فهو يفسر 96% من التغيرات التي تحدث في المتغير التابع وذلك عند استخدام اسلوب الانحدار الموجي المركب، في حين أن نموذج انحدار البوتستراب تفسر 92% للتغيرات التي تحدث في المتغير التابع.
- أدى استخدام نموذج الانحدار الموجي المركب إلى الحصول على مشاهدات أقل تشويشاً أو تلوثاً ( تقليل الخطأ).

4- تأخذ معادلة الانحدار الموجي المركب لمعدل الاحتفاظ الأمثل الصياغة التالية:

$$\hat{y} = 32.373 + 7.379X_9 + 0.108X_{10} + 0.608X_{11} - 0.123X_{15} + 0.217X_{17} + 0.161X_{19}$$

ومن خلال التحليل لمعادلة الانحدار الموجي المركب نلاحظ أن:

- المتغيرات الآتية هي المتغيرات الاكثر تأثيراً لمعدل الاحتفاظ : ($x_{17}$) الودائع المصرفية، ($x_9$) أقساط التأمين، ($x_{11}$) عدد السكان، ($x_{16}$) الائتمان المصرفي، ($x_{10}$) معدل نمو التغلغل في التأمين، ($x_{19}$) الاستثمار، وتكون معنوية حيث أن ($P \prec 0.05$) .
- توجد علاقة طردية بين معدل الاحتفاظ للأقساط والمتغيرات الآتية : ($x_{17}$) الودائع المصرفية، ($x_9$) أقساط التأمين، ($x_{11}$) عدد السكان، ($x_{10}$) معدل نمو التغلغل في التأمين، ($x_{19}$) الاستثمار.
- توجد علاقة عكيسيه بين معدل الاحتفاظ للأقساط ومتغير ($x_{16}$) الائتمان المصرفي .
- ارتفاع قيمة معامل التحديد في النموذج المقترح(الموجي متعدد الحدود البوتسترابى)بما يفيد أن المتغيرات المستقلة تفسر 96% من التغير في المتغير التابع ، وهى نسبة عالية مما يدل على وجود جودة توفيق عالية للنموذج .

5- تم تحسين نتائج التقدير لمعدل الاحتفاظ باستخدام اسلوب الانحدار الموجي المركب بنسب تتراوح ما بين(122%، 128%) في حالة استخدام الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى عن الانحدار البوتسترابى وخاصاً في ظل صغر حجم المشاهدات أو في حالة وجود قيم شاذة في البيانات .

6- تم التنبؤ بمعدل الاحتفاظ خلال الفترة القادمة من خلال نموذج الانحدار الموجي متعدد الحدود البوتسترابى، فكانت كالتالي :

| السنة | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| معدل الاحتفاظ % | 76.2 | 77.5 | 79.1 | 83.6 | 84.4 | 85.2 |

**ثانياً : التوصيات**

1- التقييم المستمر لمعدلات الاحتفاظ للأقساط بالسوق التأميني السعودي ، مع ضرورة الرقابة على نسب الاحتفاظ لكل فروع التأمين، وتحديد أثرها على ربحية شركات التأمين.

2- للشركة القدرة على زيادة احتفاظها من اعمالها وقبول تغطيات اكبر وتغطية مشاريع جديدة وذلك لما عكسه تطور اقساطها في السنوات الاخيرة.

3- عند البدء في تحديد حد الاحتفاظ الأمثل للشركة على الإدارة العليا أن تحدد:

أ- جميع الموارد التي يمكن استخدامها في سداد الخسائر والتي من أهمها: (الأقساط، المخصصات، الاحتياطيات، الأرباح المرحلة).

ب- تحديد نوع وتكلفة اتفاقية إعادة التأمين والحلول الأخرى.

4- تصميم برنامج واستراتيجية مستقبلية لتطوير احتفاظ الشركة من خلال تكوين احتياطيات جانبية لدرء الخسائر(عند حدوث خسائر كبيرة أو غير محتملة ) كي لا تؤثر هذه الخسائر على موقع الشركة المالي .

5- ضرورة البحث عن طرق رياضية متقدمة لتقدير معدلات الاحتفاظ بأسلوب علمي سليم وخاصة على المدى البعيد ، مما يشجع في استغلال أمثل للطاقة الاستيعابية بشركات التأمين .

6- نوصى متخذ القرار في شركات التأمين بالسوق السعودي الأخذ في الاعتبارات هذه المتغيرات عند تحديد معدلات الاحتفاظ للأقساط بشركات التأمين، وهى :

- الودائع المصرفية - أقساط التأمين - عدد السكان
- الائتمان المصرفي - معدل التغلغل في التأمين - الاستثمار

## ثالثاً : المراجع

**أولاً :المراجع العربية :**


1- الحربى، عبد الله حمود& حبيب، محمد & وأخرون **"مقارنة بعض طرق التقدير اللامعلمى لدوال كثافة الاحتمال "**،المجلة العلمية للاقتصاد والتجارة، كلية التجارة بجامعة عين شمس، العدد الثاني ،2005.

2- الحربى، فايزة طالع **"نظرية البوتستراب للإحصاءات المرتبة المتطرفة مع بعض التطبيقات "**، رسالة دكتوراه، مقدمة إلى قسم الاحصاء الرياضي، جامعة الملك عبد العزيز، كلية العلوم التطبيقية، 2011.

3- الخواجة ، حامد عبد القوى ،" **نموذج إحصائي لتحديد حد الاحتفاظ بشركات التأمين– دراسة تطبيقية"**، مجلة الدراسات المالية والتجارية ، كلية التجارة، جامعة بورسعيد، العدد الثاني، 2012.

4- الصفاوى،صفاء &حسين ، طه & وأخرون" **تقدير نموذج AR(P) باستخدام تقليص المويجة"**، المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات والاحصاء ، جامعة الموصل ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، 2009.

5- العمري، بريهان محمد، **"علاج مشكلة عدم تجانس التباينات باستخدام أسلوب البوتستراب الإحصائي"**، رسالة ماجستير في الإحصاء ، كلية التجارة- جامعة طنطا ،2009.

6- القاضي،عبد الحليم عبد الله ،" **دراسة الطاقة الاستيعابية لسوق التأمين "** أكاديمية البحث العلمي، المجالس النوعية الشعبة المشتركة لبحوث وإدارة الأخطار والتأمينات ، 2007.

7- أمين، أسامة ربيع، **"التنبؤ بمعدلات الاحتفاظ في سوق التأمين المصري باستخدام السلاسل الزمنية "**،مجلة الباحث، الجزائر، العدد8 ، 2010.

8- حسين ،حسانى & الحميدى ، نور **"استخدام معدل الاحتفاظ ونسبة الطاقة الاستيعابية المستغلة فى تحليل أخطار المحفظة التأمينية "**، الملتقى الدولي السابع حول "الصناعة التأمينية –الواقع العملي وآفاق التطور-تجارب الدول "،جامعة حسيبة ،كلية العلوم الاقتصادية ،العلوم التجارية وعلوم التسيير ،2012.

9- رشيد ، ظافر حسين **"استخدام قيم عتبة مختلفة في مقارنة بعض طرائق التقدير الموجي لدالة الانحدار اللامعلمى بوجود بيانات مفقودة"**، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد ، العدد 37، 2016.

10- زكى، مها محمد **"استخدام أسلوب البوتستراب في تحسين تقديرات توزيعات الخسارة في تأمينات الممتلكات والمسئوليات "**،مجلة الدراسات التجارية ، جامعة المنصورة ،العدد الثالث ،2013.

11- عبد الحليم، رضوى عبد الواحد ،**"نموذج إحصائي مقترح للتنبؤ بحجم الدعم اللازم لتمويل الإسكان لمحدودي الدخل في عدد من المجتمعات العمرانية**

**الجديدة** "،رسالة ماجستير فى الاحصاء، كلية التجارة ، جامعة عين شمس ،2007.

12- عبد العال ، مدحت محمد،" **المقارنة بين تنبؤات نموذجي الانحدار الخطى والانحدار الموجي ( دراسة تطبيقية)**"، مجلة الدراسات والبحوث التجارية ، كلية التجارة ، جامعة بنها، المجلد 25، العدد الثاني ،2005.

13- عبد اللطيف، أيمن عرابي، "**الانحدار البيزى اللامعلمى باستخدام التحليل الموجي**"، رسالة دكتوراه ، قسم الاحصاء الرياضي ، معهد الدراسات والبحوث الاحصائية، جامعة القاهرة، 2011.

14- عبد المهدي، احمد مظهر، "**حد الاحتفاظ الأمثل وإعادة التأمين وعلاقتهما بزيادة أعمال شركة التامين - دراسة في شركة التامين العراقية العامة** "، بحث مقدم إلى شركة التامين العراقية العامة، بغداد، 2012 .

15- على ،طه حسين &مولود، كوردستان إبراهيم،" **معالجة مشكلة التلوث وعدم تجانس البيانات في التصميم العشوائي الكامل باستخدام مرشح الموجة الصغيرة**"، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ، العدد 18، 2010.

16- عيسى، محمود محمد "**استخدام أسلوب الشبكات العصبية الموجية في التنبؤ المبكر بمعدلات الجريمة** "، رسالة دكتوراه ، مقدمة لكلية التجارة ، جامعة عين شمس، تخصص الإحصاء التطبيقي، 2013.

17- كاظم، مريم حسون، "**البوتستراب في تحليل نماذج الانحدار**"، رسالة دكتوراه ، مقدمة لقسم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد ، بغداد، 2013.

18- معوض، مديحه عبد الغني، **"نموذج إحصائي مقترح للتنبؤ بصادرات القطن المصري**، رسالة دكتوراه، كلية التجارة، جامعة عين شمس ، 2007 .

**ثالثاً : المراجع الأجنبية :**

1- Adem Ciarleglio &R.Tood Ogden, **"Wavelet – Based Scalar on function finite Mixture regression models**", biostatistics ,New York,University ,2013.

2- Amera Graps,"**An Introduction in Wavelet** ", Institute of electronics engineers, Vol 2, 2013.

3- C.Sidney Burnus, Ramesh," **Introduction to Wavelet and Wavelet Transforms**, Rice University Houston,2008.

4- Carios pestana &et al, **"Efficiency Determinants and Capacity issues in Angolan Insurance Companies**", Economic Society of South African, Journal of Economics, Vol.12, No.4, 2014.

5- Debanshee Datta, "**Wavelet analysis Based Estimation of probability Density function of Wind Data**", International Journal of energy, Information and Communications, Vol.5, Issue 3, 2014.

6- D.A.Goodwin &et al, **"Modeling and predicting flow regimes using wavelet represention of ERT data**", World Congress on Industrial process Tomography ,Aizu,Japan,2015.

7- Donald B&Muying and James,"**An Introduction to Wavelet Analysis with Application to vegetation Time Series"** ,University of Washington ,2004.

8- J.S.Marron &et al, **"Exact Risk analysis of Wavelet Regression**", Journal of Computational and Graphical Statistical, Vol.7, No.3, 2008.

9- Jan Adamowski &HiuFung,"**A Wavelet neural network conjunction model for ground water level forecasting** ",Journal of Hydrology,2011.

10- Jan Adamowski &et al ,"**Development of Coupled Wavelet transform and neural network method for flow forecasting of non –perennial rivers in semi-arid watersheds".**J.Hydrol,390,2010.

11- Jan Adamowski &et al ,"**Comparison of multiple linear and nonlinear regression , autogressive integrated moving average ,artificial neural network, and wavelet artificial neural network methods for urban water demand forecasting in Montreal"** ,Canda,Water Resource ,Res.48,2012.

12- Jiehan Zhu & Ping Jing ,"**The analysis of Bootstrap Method in Linear Regression Effect"**, Journal of Mathematics Research ,Vol.2.No.4,2010.

13- Jian Zhang &al,**"Wavelt Network Model Based on Multiple Criteria Decision Making for Forecasting Temperature time Series**",Hindawi publishang Corporation ,Mathematical problem in Enginering,2015.

14- John Fox &Sanford Weisberg, **"Bootstrapping Regression Models**",John Wiley & Sons,Hoboken,NJ,Second Edition , 2012.

15- Kaz Adamowski&et al,"**Weekly urban water demand forecasting using a hybrid Wavelet-Bootstrap-artificial neural network approch**",Annals of warsaw University of Life Science ,SGGW,Land Reclam,Vol.46,No.3 ,2014.

16- Lee, K,Palmer, and Shiper,"**An analysis of life insurance Retention Limits" ,**The Journal of Risk and insurance , March ,2009.

17- Leven, Howard,"**Robust Tests for Equality of Variances**",Stanford univerisity press ,2006.

18- Lifeng Li& Gang Tian,"**An Improve wavelet relevance vector regression algorithm for water Resource Demand prediction**", Journal of Information & Computational Science, Vol.9, No.1, 2012.

19- Milan Basta,"**Wavelet –Based Test for Time Series Non-Stationarity**"Statistic,Univer sity of Economic, Prague, 2015.

20- Ming Chang Lee &Li Er Su," **Comparison of wavelet Network and logistic regression in predicting enterprise financial distress**", International Journal of Computer science & Information Technology, Vol 7, No.3, 2015.

21- Mukesh K.Tiwari&Jan F.Adamowski,"**Medium-Term Urban Water Demand Forcasting With Limited Data Using an Ensemble Wavelet –Bootstrap Machine –Learning Approach**", Water Resour,plann, Management, Academic Journal ,Canada ,2015.

22- Oh,S.H.,Naveau,P.,Lee,G.,"Polynomial Boundary Treatment for Wavelet Regression ",Biometrica ,88,1,2001.

23- Rajeev R Sahay,"**Coupled wavelet – auto regression models for predicting monsoon flows for the kosi River(India)**",IOSR, Journal of Mechanical and Civil Engineering ,2014.

24- Ramazan Gengay ,Faruk and Brandon ,"**An Introduction to Wavelet and other filtering Methods in Finance and Economics** ,2002.

25- Sehgal S.& et al, **"Wavelet Bootstrap Multiple Linear Regression Based Hybrid Modeling for Daily River Discharge Forecasting",** Water Resources Management ,Academic Journal,Vol.28,Issue 10,2014.

26- Stuart Barhar and Guy p Nason,"**Real nonparametric regression using complex wavelets "**, University of Bristol UK, may 9, 2006.

27- Tasia Hickmann& et al,"**A Combination of Wavelet Artificial Neural Networks Integrated with Bootstrap Sampler in Time Series prediction"**, Research and Application, Vol.5, Issue 11, 2015.

28- Vinit Sehgal &et al, **"Wavelet Bootstrap Multiple Linear Regression Based Hybrid Modeling for daily River discharge forecasting** ", Water Resource Manage, No.28, 2014.

## التحليل الاحصائى

$$A := \begin{pmatrix} 52.8 & 0.31 & 20.7 & 18.8 & 180321 & 226430 & 100654 \\ 53.7 & 0.33 & 21.4 & 19.5 & 178827 & 237043 & 101930 \\ 54.2 & 0.31 & 23.6 & 19.98 & 166323 & 246085 & 102792 \\ 55.1 & 0.32 & 24 & 20.47 & 173533 & 263612 & 120366 \\ 56.6 & 0.38 & 26.2 & 20.98 & 187620 & 281125 & 121599 \\ 58 & 0.29 & 28.6 & 21.49 & 210657 & 328270 & 136723 \\ 58.3 & 0.25 & 30 & 22.02 & 246967 & 356311 & 211108 \\ 60.5 & 0.27 & 31.4 & 22.53 & 332136 & 422266 & 215404 \\ 61.5 & 0.29 & 35.7 & 23.11 & 357360 & 489387 & 200533 \\ 62.7 & 0.28 & 37.2 & 23.68 & 497067 & 591259 & 217781 \\ 64.6 & 0.37 & 27.5 & 24.24 & 594840 & 717564 & 225726 \\ 67.04 & 0.41 & 32 & 24.81 & 744802 & 846118 & 234304 \\ 68.9 & 0.52 & 37.6 & 22.37 & 736905 & 940548 & 242835 \\ 72 & 0.65 & 17.1 & 27.14 & 758438 & 984850 & 250321 \\ 73.2 & 0.54 & 14.7 & 28.08 & 836719 & 1103634 & 257430 \\ 75.9 & 0.55 & 18.7 & 29.02 & 960472 & 1260608 & 276349 \end{pmatrix}$$

$$X1 := \begin{pmatrix} 0.31 & 20.7 & 18.8 & 18.0321 & 22.643 & 10.0654 \\ 0.33 & 21.4 & 19.5 & 17.8827 & 23.7043 & 10.193 \\ 0.31 & 23.6 & 19.98 & 16.6323 & 24.6085 & 10.2792 \\ 0.32 & 24 & 20.47 & 17.3533 & 26.3612 & 12.0366 \\ 0.38 & 26.2 & 20.98 & 18.762 & 28.1125 & 12.1599 \\ 0.29 & 28.6 & 21.49 & 21.0657 & 32.827 & 13.6723 \\ 0.25 & 30 & 22.02 & 24.6967 & 35.6311 & 21.1108 \\ 0.27 & 31.4 & 22.53 & 33.2136 & 42.2266 & 21.5404 \\ 0.29 & 35.7 & 23.11 & 35.736 & 48.9387 & 20.0533 \\ 0.28 & 37.2 & 23.68 & 49.7067 & 59.1259 & 21.7781 \\ 0.37 & 27.5 & 24.24 & 59.484 & 71.7564 & 22.5726 \\ 0.41 & 32 & 24.81 & 74.4802 & 84.6118 & 23.4304 \\ 0.52 & 37.6 & 22.37 & 73.6905 & 94.0548 & 24.2835 \\ 0.65 & 17.1 & 27.14 & 75.8438 & 98.485 & 25.0321 \\ 0.54 & 14.7 & 28.08 & 83.6719 & 110.3634 & 25.743 \\ 0.55 & 18.7 & 29.02 & 96.0472 & 126.0608 & 27.6349 \end{pmatrix}$$

$i := 0..15$

$p_i := 1$

$X := \text{augment}(p, X1)$

## التحويل البوتستراپي

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 20.7 | 18.8 | 18.032 | 22.643 | 10.065 |
| 3 | 21.4 | 19.5 | 17.883 | 23.704 | 10.193 |
| 1 | 23.6 | 19.98 | 16.632 | 24.608 | 10.279 |
| 2 | 24 | 20.47 | 17.353 | 26.361 | 12.037 |
| 8 | 26.2 | 20.98 | 18.762 | 28.113 | 12.16 |
| 9 | 28.6 | 21.49 | 21.066 | 32.827 | 13.672 |
| 5 | 30 | 22.02 | 24.697 | 35.631 | 21.111 |
| 7 | 31.4 | 22.53 | 33.214 | 42.227 | 21.54 |
| 9 | 35.7 | 23.11 | 35.736 | 48.939 | 20.053 |
| 8 | 37.2 | 23.68 | 49.707 | 59.126 | 21.778 |
| 7 | 27.5 | 24.24 | 59.484 | 71.756 | 22.573 |
| 1 | 32 | 24.81 | 74.48 | 84.612 | 23.43 |
| 2 | 37.6 | 22.37 | 73.691 | 94.055 | 24.284 |
| 5 | 17.1 | 27.14 | 75.844 | 98.485 | 25.032 |
| 4 | 14.7 | 28.08 | 83.672 | 110.363 | 25.743 |
| 3 | 18.7 | 29.02 | 96.047 | 126.061 | 27.635 |

$i := 0..15$

$Y := A^{\langle 0 \rangle}$

$B1 := \left(X^T \cdot X\right)^{-1} \cdot X^T \cdot Y$

$$B1 = \begin{pmatrix} 30.987 \\ 9.196 \\ 0.099 \\ 0.686 \\ -0.098 \\ 0.188 \\ 0.147 \end{pmatrix}$$

$YH1 := X \cdot B1$

$e1 := Y - YH1$

$s := 1000$

$j := 0..s - 1$

$R^{\langle j \rangle} := \text{trunc}\left(\overrightarrow{\text{runif}(16, 0, 16)}\right)$

$R =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 7 | 14 | 1 | 8 | 12 | 3 | 12 | 11 | |
| 1 | 3 | 0 | 11 | 3 | 13 | 8 | 6 | 9 | 13 | |
| 2 | 9 | 12 | 15 | 8 | 10 | 6 | 10 | 14 | 13 | |
| 3 | 5 | 8 | 12 | 6 | 13 | 11 | 7 | 11 | 4 | |
| 4 | 13 | 14 | 10 | 5 | 1 | 6 | 9 | 10 | 2 | |
| 5 | 2 | 15 | 6 | 8 | 5 | 9 | 13 | 5 | 12 | |
| 6 | 11 | 8 | 5 | 7 | 4 | 10 | 9 | 4 | 9 | |
| 7 | YH2 = | 7 | 13 | 3 | 2 | 8 | 9 | 1 | 1 | |
| 8 | 1 | 13 | 4 | 7 | 13 | 11 | 2 | 13 | 10 | |
| 9 | 2 | 12 | 0 | 5 | 9 | 3 | 8 | 2 | 1 | |
| 10 | 15 | 15 | 9 | 1 | 4 | 2 | 3 | 1 | 3 | |
| 11 | 1 | 9 | 2 | 3 | 0 | 7 | 9 | 10 | 14 | |
| 12 | 0 | 4 | 1 | 3 | 12 | 1 | 9 | 8 | 10 | |
| 13 | 8 | 13 | 5 | 8 | 3 | 1 | 7 | 6 | 7 | |
| 14 | 9 | 6 | 3 | 0 | 8 | 14 | 11 | 7 | 7 | |
| 15 | 2 | 10 | 8 | 9 | 1 | 14 | 9 | 2 | 8 | |

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 52.956 |
| 1 | 53.927 |
| 2 | 54.6 |
| 3 | 55.588 |
| 4 | 56.924 |
| 5 | 57.567 |
| 6 | 58.968 |
| 7 | 60.111 |
| 8 | 61.924 |
| 9 | 63.171 |
| 10 | 64.956 |
| 11 | 67.24 |
| 12 | 69.119 |
| 13 | 72.297 |
| 14 | 73.261 |
| 15 | 76.419 |

$e11_{i,j} := e1_{\left(R_{i,j}\right)}$

| | | |
|---|---|---|
| 14 | 1 | 0.54 |
| 15 | 1 | 0.55 |

$YN1^{\langle j \rangle} := YH1 + e11^{\langle j \rangle}$

$B11^{\langle j \rangle} := \left(X^T \cdot X\right)^{-1} \cdot X^T \cdot YN1^{\langle j \rangle}$

$B111 := B11^T$

$j1 := 0..6$

$B2_{j1} := \text{mean}\left(B111^{\langle j1 \rangle}\right)$

$$B2 = \begin{pmatrix} 30.962 \\ 9.212 \\ 0.099 \\ 0.687 \\ -0.098 \\ 0.188 \\ 0.147 \end{pmatrix}$$

$YH2 := X \cdot B2$

$e2 := Y - YH2$

$e2 =$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | -0.156 |
| 1 | -0.227 |
| 2 | -0.4 |
| 3 | -0.488 |
| 4 | -0.324 |
| 5 | 0.433 |
| 6 | -0.668 |
| 7 | 0.389 |
| 8 | -0.424 |
| 9 | -0.471 |
| 10 | -0.356 |
| 11 | -0.2 |
| 12 | -0.219 |
| 13 | -0.297 |
| 14 | -0.061 |
| 15 | -0.519 |

$$MSE2 := \frac{\sum_{i=0}^{15} \left(e2_i\right)^2}{16}$$

$$MSE2 = 0.14627$$

$$MAE2 := \frac{\sum_{i=0}^{15} \left|e2_i\right|}{16}$$

$$MAE2 = 0.352$$

$$MPE2 := \frac{\sum_{i=0}^{15} \left|\frac{e2_i}{Y_i}\right| \cdot 100}{16}$$

$$MPE2 = 0.577$$

## التحويل الموجى

$WY := wave(Y)$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 161.294 |
| 1 | 190.506 |
| 2 | -14.576 |
| 3 | -0.503 |
| 4 | -10.502 |
| 5 | -0.068 |
| 6 | -0.955 |
| 7 | 1.311 |
| 8 | -8.252 |
| 9 | -0.141 |
| 10 | -0.029 |
| 11 | -0.775 |
| 12 | 0.059 |
| 13 | -0.351 |
| 14 | -0.524 |
| 15 | -0.479 |

$WY =$

$M := median(WY)$

$D_i := |WY_i - M|$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 161.709 |
| 1 | 190.921 |
| 2 | 14.161 |
| 3 | 0.088 |
| 4 | 10.087 |
| 5 | 0.347 |
| 6 | 0.54 |
| 7 | 1.726 |
| 8 | 7.837 |
| 9 | 0.274 |
| 10 | 0.386 |
| 11 | 0.36 |
| 12 | 0.474 |
| 13 | 0.064 |
| 14 | 0.109 |
| 15 | 0.064 |

$D =$

$AMD := median(D)$

$AMD = 0.43$

$\sigma := \frac{AMD}{0.674}$

$\sigma = 0.637$

$\lambda := \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \log(16)}$

$\lambda = 0.989$

$$WTY_i := \begin{cases} WY_i & \text{if } |WY_i| > \lambda \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 161.294 |
| 1 | 190.506 |
| 2 | -14.576 |
| 3 | 0 |
| 4 | -10.502 |
| 5 | 0 |
| 6 | 0 |
| 7 | 1.311 |
| 8 | -8.252 |
| 9 | 0 |
| 10 | 0 |
| 11 | 0 |
| 12 | 0 |
| 13 | 0 |
| 14 | 0 |
| 15 | 0 |

$WTY =$

$IWY := iwave(WTY)$

| | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 35.272 | 32.993 | 30.67 | 29.668 | 29.773 | 32.065 | 32.797 |
| 1 | 8.004 | 8.207 | 8.469 | 9.117 | 8.847 | 3.797 | 9.053 |
| 4 | 0.097 | 0.113 | 0.11 | 0.136 | 0.096 | 0.105 | 0.071 |
| 3 | 0.447 | 0.526 | 0.687 | 0.689 | 0.757 | 0.654 | 0.636 |
| 7 | -0.123 | -0.1 | -0.136 | -0.07 | -0.129 | -0.19 | -0.069 |
| 2 | 0.219 | 0.183 | 0.215 | 0.169 | 0.21 | 0.278 | 0.167 |
| 2 | 0.208 | 0.259 | 0.165 | 0.146 | 0.128 | 0.167 | 0.151 |

$B333 := B33^{T}$

$B3_{j1} := mean\left(B333^{\langle j1 \rangle}\right)$

$$B3 = \begin{pmatrix} 32.373 \\ 7.379 \\ 0.108 \\ 0.608 \\ -0.123 \\ 0.217 \\ 0.161 \end{pmatrix}$$

$YH3 := X \cdot B3$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 52.653 |
| 1 | 53.571 |
| 2 | 54.318 |
| 3 | 55.308 |
| 4 | 56.525 |
| 5 | 57.414 |
| 6 | 58.954 |
| 7 | 60.016 |
| 8 | 61.887 |
| 9 | 63.092 |
| 10 | 64.713 |
| 11 | 66.923 |
| 12 | 69.14 |
| 13 | 71.601 |
| 14 | 72.83 |
| 15 | 76.097 |

$YH3 =$

$e3 := Y - YH3$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 52.678 |
| 1 | 53.622 |
| 2 | 54.275 |
| 3 | 55.005 |
| 4 | 56.45 |
| 5 | 57.703 |
| 6 | 58.765 |
| 7 | 59.878 |
| 8 | 61.803 |
| 9 | 63.51 |
| 10 | 64.999 |
| 11 | 66.547 |
| 12 | 69.244 |
| 13 | 71.633 |
| 14 | 73.471 |
| 15 | 75.456 |

$IWY =$

$r := Y - IWY$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 0.122 |
| 1 | 0.078 |
| 2 | -0.075 |
| 3 | 0.095 |
| 4 | 0.15 |
| 5 | 0.297 |
| 6 | -0.465 |
| 7 | 0.622 |
| 8 | -0.303 |
| 9 | -0.81 |
| 10 | -0.399 |
| 11 | 0.493 |
| 12 | -0.344 |
| 13 | 0.367 |
| 14 | -0.271 |
| 15 | 0.444 |

$r =$

$r1_{i,j} := r_{\left(R_{i,j}\right)}$

$YN2^{\langle j \rangle} := IWY + r1^{\langle j \rangle}$

$B33^{\langle j \rangle} := \left(X^{T} \cdot X\right)^{-1} \cdot X^{T} \cdot YN2^{\langle j \rangle}$

$$MSE3 := \frac{\sum_{i=0}^{15} \left(e3_i\right)^2}{16}$$

$$MSE3 = 0.114$$

$e3 =$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 0.147 |
| 1 | 0.129 |
| 2 | -0.118 |
| 3 | -0.208 |
| 4 | 0.075 |
| 5 | 0.586 |
| 6 | -0.654 |
| 7 | 0.484 |
| 8 | -0.387 |
| 9 | -0.392 |
| 10 | -0.113 |
| 11 | 0.117 |
| 12 | -0.24 |
| 13 | 0.399 |
| 14 | 0.37 |
| 15 | -0.197 |

## قياس تأثير الانحدار الموجى المركب فى تحسين النتائج

$$MAE3 := \frac{\sum_{i=0}^{15} \left|e3_i\right|}{16}$$

$$MAE3 = 0.288$$

$$MPE3 := \frac{\sum_{i=0}^{15} \left|\frac{e3_i}{Y_i}\right| \cdot 100}{16}$$

$$MPE3 = 0.465$$

Efficiency

$$\frac{MSE2 \cdot 100}{MSE3} = 128.04$$

$$\frac{MAE2 \cdot 100}{MAE3} = 122.049$$

$$\frac{MPE2 \cdot 100}{MPE3} = 124.026$$