إستخدام التوزيعات الإحتمالية فى توفيق بيانات المطالبات بالتطبيق على فرع تأمين السيارات التكميلى

دكتورة/ جيهان مسعد المعداوى
مدرس بقسم الاحصاء التطبيقى والتأمين
كلية التجارة – جامعة المنصورة

ملخص البحث:

تعتبر نماذج توزيعات مبالغ مطالبات التأمين من أحد الأدوات الرئيسية للإكتواريين فى شركات التأمين لتقدير سعر التأمين وتقدير مخصصات الخسارة، ويعتبر توفيق التوزيع الملائم لبيانات المطالبات الفعلية مشكلة وثيقة الصلة ومهمة ليست سهلة فى الدراسات الإكتوارية، ويرجع ذلك أساسا إلى طبيعة بيانات المطالبات وما تتصف به من إلتواء شديد ناحية اليمين. ويهدف البحث إلى إستخدام بعض التوزيعات الإحتمالية ذات طبيعة الإلتواء الموجب التى تستخدم على نطاق واسع فى توفيق بيانات مطالبات التأمين، ومنها: (lognormal, weibull, fisk, lomax, logistic, paralogistic, inverse Gaussian, generalized extreme value distributions). وتقدير معالم هذه التوزيعات بإستخدام طريقة الإمكان الأعظم ، وإختيار أفضل توزيع من بين هذه التوزيعات من خلال عدة معايير وهى : (NLL, AIC, BIC). وقد أوضحت النتائج أن generalized extreme value distribution يعتبر أفضل توزيع يلائم بيانات مطالبات التأمين حيث له أقل قيمة BIC و AIC ثم fisk distribution ثم inverse Gaussian distribution ، ويوصى الباحث بتسعير تأمين السيارات التكميلى بإستخدام توزيع (generalized extreme value) ومقارنة هذا التسعير بالتسعير المستخدم فى شركات التأمين من أجل الوصول إلى أفضل تسعير لتحديد القسط العادل للمستأمنين وللمؤمنين ، ويكون كافى لسداد المطالبات ويحقق للمؤمن هامش ربح يستطيع من خلاله منافسة المؤمنين الأخرين.

الكلمات المفتاحية: **التوزيعات الإحتمالية - توفيق بيانات المطالبات -**
generalized extreme value distribution, NLL, AIC, BIC.

ABSTRACT:

Models distributions of insurance claims is one of the main tasks of actuaries in insurance companies to estimate the price of insurance and loss reserves, fitting distribution of actual claims data is a problem closely related and not an easy task in Actuarial studies, mainly due to the nature of the claims data which characterized with a severe skew to the right. the research aims to use some of the probability distributions have the nature of skew positive, which is used widely in fitting insurance claims data, for example: (lognormal, weibull, fisk, lomax, logistic, paralogistic, inverse Gaussian, generalized extreme value distributions) and estimate the parameters of these distributions using the method of maximum likelihood to choose the best distribution of these distributions through several criteria (NLL, AIC, BIC).

The results showed that the generalized extreme value distribution is a better distribution fits insurance claims data which has less value BIC and AIC followed by fisk distribution followed by inverse Gaussian distribution. The researcher recommends to pricing comprehensive car insurance using generalized extreme value distribution and compare this pricing with the price used in the insurance company to come up with better pricing to determine a fair premium for the believers, enough to pay off the claims, achieve the margin profit to compete with other companies.

مقدمة:

بصفة عامة تعتبر نماذج توزيعات مبالغ مطالبات التأمين من أحد الأدوات الرئيسية للإكتواريين فى شركات التأمين حيث يتم من خلالها تقدير سعر التأمين وتقدير مخصصات الخسارة على سبيل المثال، وبصفة

خاصة يعتبر توفيق التوزيع الملائم لبيانات المطالبات الفعلية مشكلة ليست سهلة ووثيقة الصلة ومهمة فى الدراسات الإكتوارية، ويرجع ذلك أساسا إلى طبيعة بيانات المطالبات وما تتصف به من إلتواء شديد ناحية اليمين [Ramin and Monireh, 2015].

مشكلة البحث:

يعتبر التوزيع الطبيعى من أهم التوزيعات المستخدمة فى نماذج الإقتصاد والتمويل بصفة عامة. ولكن أخطار التأمين تتميز بأنها تتبع توزيعات ذات إلتواء وهذا هو السبب الذى أن التوزيع الطبيعى فى كثير من الحالات نموذج غير مناسب لأخطار التأمين وخسائرها [Vernic, R., 2006]. بالإضافة إلى خاصية الإلتواء، فإن بعض أخطار التأمين (خاصة التى تتسبب فى الكوارث) تتسم بأنها تعرض ذيول متطرفة. مما أدى إلى البحث عن توزيعات تتسم بخاصية الإلتواء لتناسب بيانات مطالبات التأمين.

الهدف من البحث:

يهدف هذا البحث إلى إستخدام بعض التوزيعات الإحتمالية ذات طبيعة الإلتواء الموجب التى تستخدم على نطاق واسع فى توفيق بيانات مطالبات التأمين، وتقدير معالم هذه التوزيعات بإستخدام طريقة الإمكان الأعظم ، واختيار أفضل توزيع من بين هذه التوزيعات من خلال عدة معايير (NLL, AIC, BIC).

أهمية البحث:

تظهر أهمية البحث فى تحديد التوزيع الإحتمالى المناسب لقيمة الخسارة الناتجة عن كل حادث أو لمجموع الخسائر التى تتعرض لها الشركة، وذلك لتحديد قسط الخطر أو القسط الصافى وتحديد المخصص اللازم لمواجهة الإنحرافات فى قيم الخسائر الفعلية عن الخسائر المتوقعة الذى يعتمد فى حسابه على الإنحراف المعيارى، بالإضافة إلى إتخاذ أى قرار يتعلق بحدود الإحتفاظ وأسعار إعادة التأمين [ممدوح حمزة، ١٩٩٠].

محددات البحث:

تمت هذه الدراسة على البيانات الخاصة بمبالغ المطالبات لشركة مصر للتأمين وتم التطبيق على فرع تأمين السيارات التكميلى، من عام ٢٠٠٩ حتى عام ٢٠١٤.

الدراسات السابقة:

دراسة ممدوح حمزة (١٩٩٠): "بعنوان إستخدام التوزيعات الإحتمالية فى تسعير التأمين مع التطبيق على السطو" فى هذه الدراسة تم تحديد التوزيع الإحتمالى المناسب لعدد الحوادث (حيث إتضح أن توزيع بواسون وتوزيع ذى الحدين السالب من أكثر التوزيعات ملائمة وإستخداماً لعدد الحوادث بالنسبة للتأمينات العامة، وبمقارنة النتائج التى تم الحصول عليها من توزيع بواسون وتوزيع ذى الحدين السالب بالبيانات الفعلية وجد

أن بيانات توزيع ذى الحدين السالب أقرب إلى البيانات الفعلية بدرجة أكبر لذلك فضل إستخدامه على توزيع بواسون لعدة أسباب من أهمها أنه يأخذ فى الإعتبار عدم التجانس بين الوحدات المؤمن عليها من حيث درجة تعرضها للخطر بعكس توزيع بواسون الذى يفترض أن درجة تعرض جميع الوحدات للخطر واحدة، وأيضاً لأن توزيع ذى الحدين السالب ذو معلمتين وبالتالى يفضل على توزيع بواسون ذى المعلمة الواحدة)، ثم تم تحديد التوزيع الإحتمالى المناسب لقيمة الخسارة (من المعروف أن قيم الخسائر يمثلها توزيع من التوزيعات الملتوية جهة اليمين وأن أنسب التوزيعات لقيم الخسائر فى التأمينات العامة تتمثل فى التوزيع الأسى السالب، توزيع جاما، توزيع باريتو، التوزيع اللوغاريتمى الطبيعى، وتم إختبار مدى تطابق البيانات مع هذه التوزيعات).

دراسة محمد توفيق البلقينى، رأفت أحمد إبراهيم (١٩٩٩):

"بعنوان إستخدام نظرية المصداقية فى تسعير التأمين من المسئولية المدنية الإجبارى عن حوادث السيارات فى مصر" فى هذه الدراسة تم إستخدام التوزيع اللوغاريتمى الطبيعى لتوفيق البيانات الخاصة بقيم التعويضات فى فرع تأمين السيارات الإجبارى وتم إختبار معنوية هذا التوزيع بإستخدام الحاسب الآلى وأكدت النتائج معنوية توافق التوزيع اللوغاريتمى الطبيعى مع القيم الفعلية لتعويضات التأمين الإجبارى المدفوعة.

دراسة محمد توفيق البلقينى، محمد مسعد المعداوى (٢٠١٠):

"بعنوان نموذج متعدد المتغيرات لتوفيق بيانات مطالبات تأمين السيارات

التكميلـى" فـى هـذه الدراسـة تـم إسـتخدام النمـوذج اللوغـاريتمى الخطـى (Logit Loglinear Model) لتوفيق بيانات تكرار المطالبات.

دراسة محمد عبد الفتاح فوده (وأخرون ٢٠١٤): "بعنوان نموذج إحصائى مقترح لتسعير تأمين المسئولية المدنية المهنية لأخطاء الأطباء فى مصر" فى هذه الدراسة تم توفيق البيانات مع التوزيعات الإحتمالية للتوصل إلى التوزيع الإحتمالى المناسب، وتم إختبار جودة التوفيق بإستخدام إختبار كا^{٢} وإختبار كولموجروف سيمرنوف للوصول إلى التوزيع المناسب للبيانات المتاحة.

نظرة عامة على التوزيعات الإحتمالية المستخدمة:

فى هذا البحث تم تناول عدد من التوزيعات الإحتمالية التى تستخدم على نطاق واسع فى توفيق بيانات مطالبات التأمين، من حيث توضيح دالة كثافة الإحتمال، دالة التوزيع، التوقع والتباين، على النحو التالى:

١) توزيع وايبل Weibull distribution :

تأخذ دالة كثافة الإحتمال لتوزيع وايبل الشكل التالى:

$$f(x) = \left(\beta x^{\beta-1} / \alpha^{\beta}\right)\exp\left[-\left(x/\alpha\right)^{\beta}\right] \quad \alpha \succ 0 \text{ ، } \beta \succ 0 \text{ ، } x \succ 0 \quad (1)$$

Scale parameter α , Shape parameter β

حيث:

$$E(x) = (\alpha\Gamma[(\beta+1)/\beta]) \quad (2)$$

$$\operatorname{var}(x) = \alpha^2 \left(\Gamma\left[\left(\beta + 2 \right) / \beta \right] - \left\{ \Gamma\left[\left(\beta + 1 \right) / \beta \right] \right\}^2 \right) \qquad (3)$$

وتأخذ دالة التوزيع (دالة الإحتمال التجميعية أو التراكمية) الشكل التالى:

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(x / \alpha \right)^{\beta} \right] \qquad (4)$$

[Catherine et al. 2011]

٢) التوزيع اللوغاريتمى الطبيعى Lognormal distribution :

تأخذ دالة كثافة الإحتمال للتوزيع اللوغاريتمى الطبيعى الشكل التالى:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\left(2\pi\right)^{1/2}} \exp\left[\frac{-\left(\log x - \mu\right)^2}{2\sigma^2} \right] \qquad 0 \prec x \prec \infty \qquad (5)$$

Shape parameter σ , Scale parameter μ

حيث :

(6)

$$E(x) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}$$

(7)

$$v(x) = e^{2\mu + \sigma^2} \left(e^{\sigma^2} - 1 \right)$$

[Catherine et al. 2011 and Ognjen 2015].

٣) Paralogistic distribution :

تأخذ دالة كثافة الإحتمال للتوزيع الشكل التالى:

$$f(x) = a^2 x^{a-1} / \left[b^a \left\{ 1 + \left(x / b \right)^a \right\}^{(1+a)} \right] \quad a \succ 0, b \succ 0 \quad , x \geq 0 \qquad (8)$$

Shape parameter a ، Scale parameter b

حيث:

$$E(x) = b\Gamma\left(1+1/a\right) \quad \Gamma\left(a-1/a\right)/\Gamma(a) \qquad (9)$$

[Kleiber & Kotz 2003 and Klugman & Willmot 2008]

٤) Lomax distribution :

تأخذ دالة كثافة الإحتمال لتوزيع Lomax الشكل التالى:

$$f(x) = \frac{q}{b}\left(1+\frac{x}{b}\right)^{-(q+1)}, \quad b \succ 0, \quad q \succ 0, \quad x \geq 0 \qquad (10)$$

Shape parameter q ، Scale parameter b

وتأخذ دالة التوزيع الشكل التالى:

$$F(x) = 1 - \left[1+\frac{x}{b}\right]^{-q} \qquad (11)$$

حيث:

$$E(x) = \frac{b}{q-1} \quad , \quad q \succ 1 \qquad (12)$$

$$v(x) = \frac{b^2 q}{(q-1)^2 (q-2)} \quad , \quad q \succ 2 \qquad (13)$$

[Kleiber & Kotz 2003].

٥) Fisk distribution (l og-logistic distribution) :

تأخذ دالة كثافة الإحتمال لتوزيع Fisk الشكل التالى:

$$f(x) = ax^{a-1} / \left[b^a \left\{ 1 + (x/b)^a \right\}^2 \right] \quad a \succ 0 \ , \quad b \succ 0 , \quad x \geq 0 \tag{14}$$

a: Shape parameter ، b: Scale parameter

وتأخذ دالة التوزيع الشكل التالى:

$$F(x) = \left[1 + (x/b)^{-a} \right]^{-1} \tag{15}$$

حيث:

$$E(x) = b\Gamma(1 + 1/a) \quad \Gamma(1 - 1/a) \tag{16}$$

[Kleiber & Kotz 2003].

٦) Inverse Gaussian (Wald) distribution :

تأخذ دالة كثافة الإحتمال للتوزيع الشكل التالى:

$$f(x) = \left(\frac{\lambda}{2\pi x^3} \right)^{1/2} \exp\left[\frac{-\lambda (x - \mu)^2}{2\mu^2 x} \right], \ x \succ 0 \tag{17}$$

Location parameter $\mu \succ 0$ ، Scale parameter $\lambda \succ 0$

حيث:

$$E(x) = \mu \tag{18}$$

$$v(x) = \frac{\mu^3}{\lambda} \tag{19}$$

[Catherine et al. 2011].

٧) Logistic distribution :

تأخذ دالة كثافة الإحتمال للتوزيع الشكل التالى:

$$f(x)=\frac{\exp[-(x-\mu)/s]}{s(1+\exp[-(x-\mu)/s])^2} \quad , \quad -\infty \prec x \prec \infty \tag{20}$$

Location parameter $\mu \succ 0$ ، Scale parameter $s \succ 0$

وتأخذ دالة التوزيع الشكل التالى:

$$F(x)=\frac{1}{1+\exp[-(x-\mu)/s]} \tag{21}$$

حيث:

$$E(x)=\mu \tag{22}$$

$$v(x)=\frac{\pi^2 s^2}{3} \tag{23}$$

[Catherine et al. 2011].

٨) Generalized extreme Value (GEV) distribution:

ويطلق على هذا التوزيع توزيع (Fisher–Tippett distribution)، وتأخذ دالة التوزيع الشكل التالى:

(24)

$$F(x)=\begin{cases} \exp\left(-\left(1+\beta\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-1/\beta}\right) & if \left[1+\beta\frac{(x-\mu)}{\sigma} \succ 0, \beta \neq 0\right] \\ \exp\left\{-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}, \beta = 0 & \end{cases}$$

ودالة كثافة الإحتمال للتوزيع يمكن الحصول عليها بإيجاد تفاضل دالة التوزيع على النحو التالى:

(25)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sigma}\left(1+\beta\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-1-1/\beta}\exp\left(-\left(1+\beta\frac{(x-\mu)^{-1/\beta}}{\sigma},\beta\neq 0\right)\right)\\ \frac{1}{\sigma}e^{-(x-\mu)/\sigma}\exp\left(-e^{-(x-\mu)/\sigma}\right)\ ,\beta=0\end{cases}$$

Location parameter μ ،Scale parameter $\sigma \succ 0$, Shape parameter β

حيث:

$$E(x)=\begin{cases}\mu+\sigma\frac{\Gamma(1-\beta)-1}{\beta}if\ \beta\neq 0,\beta\prec\frac{1}{2}\\ E(x)=\mu+\beta\gamma if\ \beta=0\\ E(x)=\infty if\ \beta\geq 1\end{cases} \quad (26)$$

γ : ثابت

$$v(x)=\begin{cases}\sigma^2(g_2-g_1^2)/\beta^2 if\ \beta\neq 0,\beta\prec 1\\ \sigma^2\frac{\pi^2}{6}if\ \beta=0\\ \infty if\ \beta\geq\frac{1}{2}\end{cases} \quad (27)$$

حيث أن:

$g_k=\Gamma(1-k\beta)$

[Sheri Markose and Amadeo Alentorn, 2011].

وقد تم تقدير معالم هذه التوزيعات بإستخدام طريقة الإمكان الأعظم وتم إستخدام الحزم الإحصائية MASS (Venables and Ripley, 2003) و GAM (yee, 2013) لبرنامج R لتوفيق بيانات المطالبات.

إختيار النموذج الأفضل:

تم إستخدام عدة معايير لإختبار جودة التوفيق لقياس مدى ملائمة النماذج (التوزيعات) المختارة، وهذه المعايير تقيم صلاحية النماذج المختارة، حيث أن أقل قيمة للمعيار تعطى مؤشر لأفضل نموذج، وهذه المعايير تتمثل فى الآتى:

١- Negative Log- Likelihood (NLL) :

هذا المعيار يهدف إلى تصغير قيمة دالة الإمكان الأعظم السالبة، ويعرف على النحو التالى:

$$NLL = - L(\theta) \tag{28}$$

حيث أن:

$L(\theta)$: maximized log - likelihood function of a model

ويستخدم معيار NLL لمقارنة التوزيعات، وتشير أقل قيمة لهذا المعيار إلى أنسب توزيع لتوقيق البيانات.

٢- Akaike Information Criterion (AIC) :

هذا المعيار يقيس إختبار جودة التوفيق النسبى للنموذج الإحصائى، ويعرف على النحو التالى:

$$AIC = 2k - 2L(\theta) \tag{29}$$

حيث أن (k): تمثل عدد معالم التوزيع

ويعتبر أفضل توزيع هو ذات أقل قيمة لـ AIC

٣- Bayesian information criterion (BIC):

ويطلق على هذا المعيار أيضاً Schwarz information criterion، ويحسب هذا المعيار من المعادلة التالية:

$$BIC = k \ln (n) - 2 L(\theta) \qquad (30)$$

حيث أن (n) : تمثل عدد المشاهدات (حجم العينة)

وهذا المعيار يشابه المعياريين السابقين، حيث أن أقل قيمة لـ BIC تشير لأفضل توزيع من بين التوزيعات المقارن بينها [S.A. Abu Bakar et al. 2015].

٤- Kolmogorov Smirnov test (k-s) :

لإختبار ما إذا كانت هذه التوزيعات مناسبة لوصف البيانات الفعلية. يتم إجراء إختبار كولموجروف سيمرنوف لإختبار جودة التوفيق، حيث أن هذا الإختبار سوف يبين ما إذا كانت التوزيعات النظرية تناسب التوزيعات الفعلية إلى حد مناسب، وسوف تكون القيمة الحرجة لهذا الإختبار عند مستوى ثقة ٩٥% هو($1.36/\sqrt{n}$)، حيث أن (n: تمثل عدد المشاهدات). وإذا كانت القيمة المحسوبة لإختبار كولموجروف سيمرنوف لإختبار جودة التوفيق أقل من القيمة الجدولية، وبالتالى لا نستطيع رفض الفرضية بأن التوزيع الفعلى يتبع التوزيع النظرى (فإنه يمكن القول بأنه لا يوجد فرق معنوى وأن التوزيع الفعلى يوافق التوزيع النظرى) ، [Martin Eling, 2011].

بيانات مطالبات التأمين:

تم إستخدام بيانات مطالبات تأمين السيارات التكميلى فى شركة مصر للتأمين فى الفترة من ٢٠٠٩ إلى ٢٠١٤ وتم وصف هذه البيانات من خلال إستخدام مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابى) ومقاييس

التشتت (الإنحراف المعيارى والمدى ومعامل الإختلاف) والإلتواء والتفرطح والحد الأدنى والأقصى للقيم ، وموضح ذلك فى جدول (١).

جدول (١)

يوضح الإحصاء الوصفى لبيانات مطالبات التأمين

الإحصاء الوصفى لبيانات مطالبات التأمين	
عدد المشاهدات	٧١٩
الوسط الحسابى	٢٤٩٦٩,٧٢
الإنحراف المعيارى	٢٥٧٨٤,٩٧
معامل الإختلاف	١٠٣,٢٧
أقل قيمة	٩٠٥٢
أكبر قيمة	١٨٧٣٠٠
المدى	١٧٨٢٤٨
الإلتواء	٣,٣٧٢٧١١
التفرطح	١٣,٥٤٣٧٨

جدول (١): يوضح أن متوسط قيمة الخسارة يساوى ٢٤٩٦٩,٧٢ والإنحراف المعيارى يساوى ٢٥٧٨٤,٩٧. وتؤكد قيمة معامل الالتواء أن البيانات ملتوية ناحية اليمين أو ذات إلتواء موجب (حيث أن قيمة معامل الالتواء أكبر من ٣)، وتشير هذه النتائج إلى أن التوزيعات المختارة يجب أن تكون ذات طبيعة موجبة الإلتواء.

ونتائج التحليل التمهيدية بإستخدام منحنى الكثافة والرسم البياني للبيانات يوضح إفتراض توزيعات ذات طبيعة موجبة الإلتواء ، ومنها على سبيل المثال:

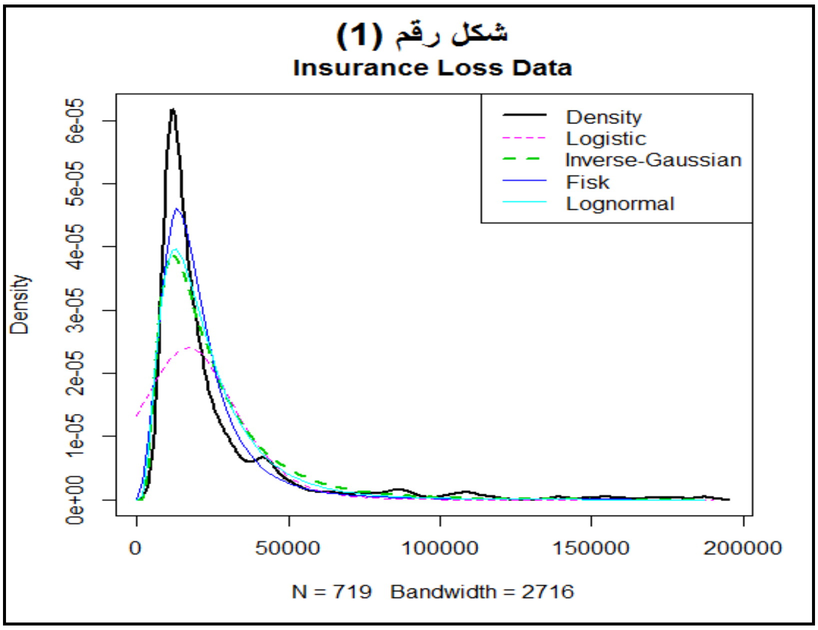
(lognormal, weibull, fisk, lomax, logistic, paralogistic, inverse Gaussian, generalized extreme value distributions).

حيث أن هذه التوزيعات تستخدم على نطاق واسع فى توفيق بيانات مطالبات التأمين. وهذه التوزيعات التى تم إختيارها تم توفيق البيانات عليها بإستخدام طريقة تقدير الإمكان الأعظم (maximum likelihood estimation)، وتعتبر هذه الطريقة فعالة فى مجموعة كبيرة من التوزيعات، وتكون التقديرات التى تم الحصول عليها لها خصائص جيدة مقارنة بالتقديرات التى يتم الحصول عليها بإستخدام طرق التقدير الأخرى مثل طريقة العزوم وطريقة quantile لتوفيق هذه التوزيعات على البيانات.

وتم إستخدام الحزم الإحصائية MASS (Venables and Ripley, 2003) و VGAM (yee, 2013) لبرنامج R . وذلك موضح فى الأشكال (١، ٢، ٣، ٤، ٥) على النحو التالى:

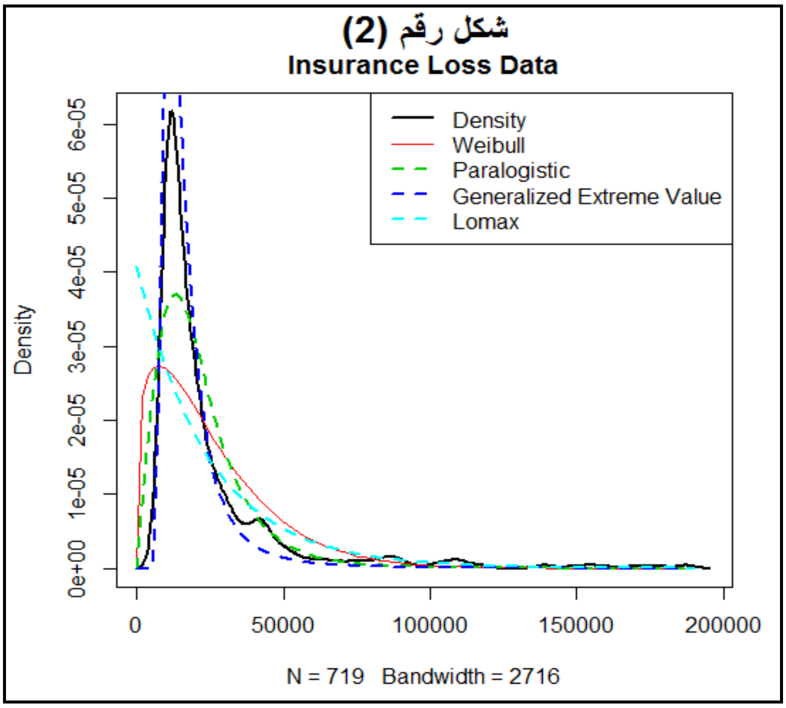
شكل (١)

يوضح منحنى الكثافة للتوزيعات (lognormal, fisk, logistic, inverse Gaussian).



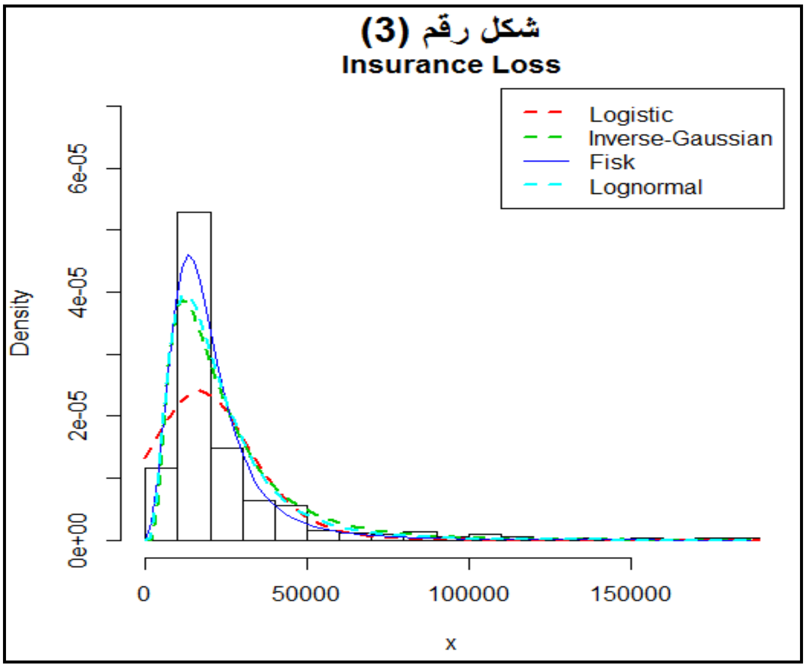
شكل (٢)

يوضح منحنى الكثافة للتوزيعات (weibull, lomax, paralogistic, generalized extreme value).



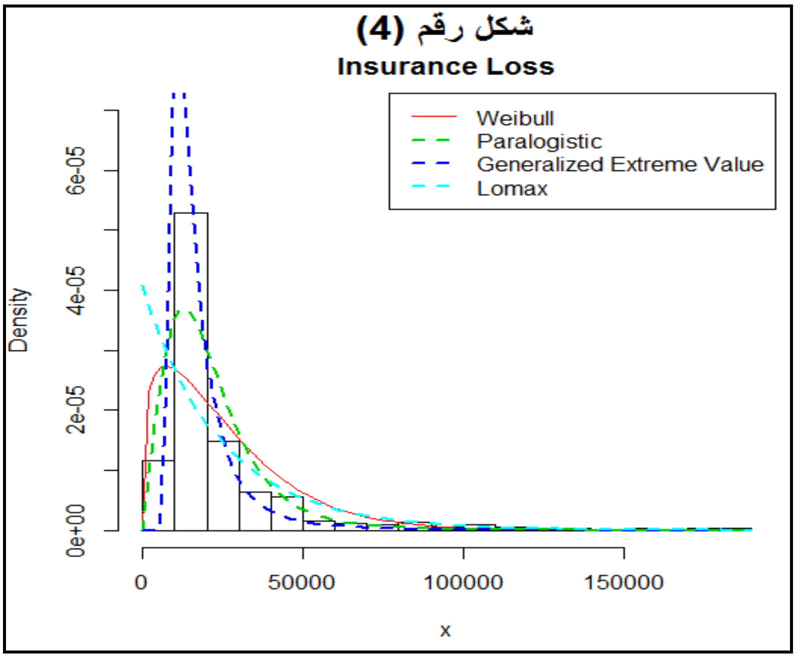
شكل (٣)

يوضح توفيق منحنى الكثافة للتوزيعات (lognormal, fisk , logistic, inverse Gaussian).



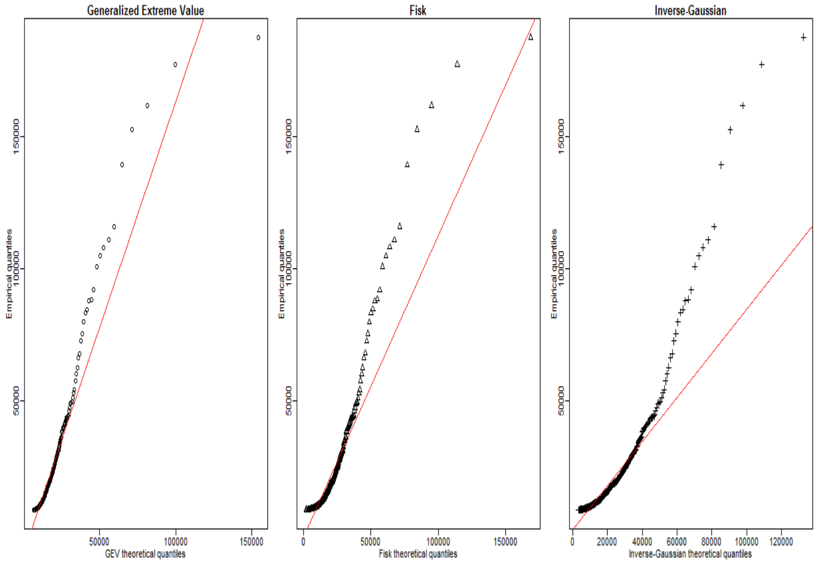
شكل (٤)

يوضح توفيق منحنى الكثافة للتوزيعات (weibull, lomax, paralogistic, generalized extreme value)



شكل (٥)

يوضح (**quantile- quantile plot**) لنماذج التوزيعات الإحصائية المختارة:



جدول (٢): يوضح القيم المقدرة للتوزيعات المستخدمة لتوفيق بيانات مطالبات شركة التأمين.

Distribution	estimated Parameters	Log-Likelihood	NLL	AIC	BIC	Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit (critical (value 0,0507)
Weibull	=27174.65(735641.12)* α β =1.243981(0.0013)	-7966.21	7966.21	15936.42	15945.58	0.225
Lognormal	μ =9.849922 (0.00059) σ =0.6539853(0.0003)	-7796.973	7796.973	15597.946	15607.1	0.129
Paralogistic	b=28449.33(585407.84) a=2.047346(0.0038)	-7843.544	7843.544	15691.088	15700.24	0.171
Lomax	b=1345559(1.108732e+13) a=54.88176(17888.88)	-7998.985	7998.985	16001.97	16011.13	0.307
Fisk	b=17369.53(159278.7) a=2.811592(0.00769)	-7781.405	7781.405	15566.81	15575.97	0.138
Inverse Gaussian	μ =24969.74(480832.5) λ =45031.61(5640760)	-7791.272	7791.272	15586.544	15595.7	0.137
Logistic	μ =16808.10(647.2) S =10411.5(379.5)	-8155.002	8155.002	16314.004	16323.16	0.322
Generalized extreme value	=12782.22 μ =4780.063 σ =0.3988 β	-7611.2	7611.2	15226.4	15242.13	0.12

*** الخطأ المعيارى للتقدير.**

من جدول (٢) يتضح أن generalized extreme value dis. يعتبر أفضل توزيع حيث له أقل قيمة BIC وAIC ثم يليه فى التفضيل fisk dis. ثم يليه inverse Gaussian dis.

النتائج:

١) من التحليل الإحصائى لبيانات مطالبات التأمين كان متوسط قيمة الخسارة يساوى ٢٤٩٦٩,٧٢ والإنحراف المعيارى يساوى ٥٧٨٤,٩٧ وقيمة معامل الالتواء يساوى ٣,٣٧٢٧١١ .

٢) تتسم بيانات مطالبات التأمين بالذيل الطويل لذلك فهى تتبع توزيعات ذات طبيعة الإلتواء الموجب ويؤكد ذلك أن قيمة معامل الإلتواء للبيانات أكبر من ٣ .

٣) تم إستخدام مجموعة من التوزيعات ذات طبيعة الإلتواء الموجب التالية لتوفيق بيانات مطالبات التأمين:

(lognormal, weibull, fisk, lomax, logistic, paralogistic, inverse Gaussian, generalized extreme value).

٤) من تقدير معالم هذه التوزيعات بإستخدام طريقة الإمكان الأعظم، والرسوم البيانية بإستخدام برنامج R اتضح أن generalized extreme value dis. يعتبر أفضل توزيع يلائم بيانات مطالبات التأمين حيث أن له أقل قيمة BIC وAIC ثم يليه فى التفضيل fisk dis. ثم يليه inverse Gaussian dis. .

التوصيات:

من النتائج التى توصلت إليها هذه الدراسة، يوصى الباحث باستخدام البرامج والحزم الإحصائية فى شركات التأمين وتدريب الكوادر الفنية على إستخدامها. كما يوصى بدراسة مدى إمكانية استخدام توزيع (generalized extreme value) فى تسعير تأمين السيارات التكميلى

ومقارنة هذا التسعير بالتسعير المستخدم فى شركات التأمين للوصول إلى أفضل تسعير لتحديد القسط العادل للمستأمنين وللمؤمنين والكافى لسداد المطالبات وفى نفس الوقت يحقق للمؤمن هامش ربح يستطيع من خلاله منافسة المؤمنين الأخرين.

المراجع باللغة العربية:

١- ممدوح حمزة أحمد (١٩٩٠)، إستخدام التوزيعات الإحتمالية فى تسعير التأمين مع التطبيق على تأمين السطو/ محلات تجارية، **رسالة دكتوراة**، جامعة القاهرة.

٢- محمد توفيق البلقينى، رأفت أحمد إبراهيم (١٩٩٩)، إستخدام نظرية المصداقية فى تسعير التأمين من المسئولية المدنية الإجبارى عن حوادث السيارات فى مصر ، **المجلة المصرية للدراسات التجارية**، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد٢٣، العدد١، ص ٥٨٠-٥٦٣.

٣- محمد توفيق البلقينى، محمد مسعد المعداوى (٢٠١٠): "نموذج متعدد المتغيرات لتوفيق بيانات مطالبات تأمين السيارات التكميلى، **المجلة المصرية للدراسات التجارية**، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد٣٤، العدد٣، ص ٦٩٥- ٧١٩.

٤- محمد عبد الفتاح فوده، محمود سيد أحمد سالم، أشرف عبد العليم البدرى، ميادة على عبد العظيم (٢٠١٤)، نموذج إحصائى مقترح لتسعير تأمين المسئولية المدنية المهنية لأخطاء الأطباء فى مصر، **المجلة المصرية للدراسات التجارية**، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد٣٨، العدد٢،ص ٣٩٣- ٤١٦.

المراجع الأجنبية:

1- Catherine Forbes, Merran Evans, Vicbolas Hastings and Brian Peacock (2011), **Statistical Distributions**, Fourth Edition.

2- Klugman, S. A., Panjer, H. H. and Willmot, G. E. (2008), *Loss Models, From Data to Decisions, Third Edition*, Wiley.

3- Martin Eling (2011), Fitting Insurance Claims to Skewed Distributions: Are the Skew-Normal and Skew-Student Good Models?, **WORKING PAPERS ON RISK MANAGEMENT AND INSURANCE**, NO. 98 – NOVEMBER 2011.

4- Ognjen Vukovic (2015), Operational Risk Modelling in Insurance and Banking, **Journal of Financial Risk Management,** 2015, 4, 111-123.

5- Ramin Kazemi and Monireh Noorizadeh (2015), A Comparison Between Skew-logistic and Skew-normal Distributions, **MATEMATIKA**, 2015, Volume 31, Number 1, 15–24.

6- Vernic, R., 2006, Multivariate skew-normal distributions with applications in insurance, ***Insurance: Mathematics and Economics*** 38, 413–426.

7- McNeil, A., Frey, R., and Embrechts, P., 2005, ***Quantitative Risk Management,*** Princeton University Press.

8- S.A. Abu Bakar, N.A. Hamzah, M. Maghsoudi and S. Nadarajah(2015), Modeling loss data using composite models, ***Insurance: Mathematics and Economics*** 61, 146–154.

9- Sheri Markose and Amadeo Alentorn (2011), The Generalized Extreme Value Distribution, Implied Tail Index and Option Pricing, The **Journal of Derivatives**, Spring 2011, Volume 18, Number 3, 35–60.