بسم الله الرحمن الرحيم

ترشيد قرارات التسعير فى التأمينات العامة
نموذج كمى (إحصائى) - دراسة تطبيقية على تأمين أخطار السيارات

دكتور محمد كامل سيد أحمد

مدرس التأمين – كلية التجارة – جامعة القاهرة – فرع الخرطوم

مقدمة :

أ- تمهيد :

يهدف هذا البحث إلى إيجاد مدخل أو عدة مداخل تساعد على ترشيد قرارات التسعير فى الأنواع المختلفة لتأمينات الممتلكات والمسئولية المدنية بصفة عامة والتأمين التكميلى على أخطار السيارات " الملاكى " بصفة خاصة ، بحيث تعتمد هذه المداخل على القياس الكمى بالنماذج الإحصائية الحديثة . والجدير بالذكر أن فكرة الأوزان الترجيحية للخبر ة التأمينية الذاتية المحدودة والتى يطلق عليها نظرية المصداقية Credibilityتعد من أهم المقاييس الكمية لتحديد معادلة القسط الصافى فى التأمينات العامة (الممتلكات والمسئولية المدنية) بجانب مقاييس أخرى لاتقل أهمية يتم بموجبها توزيع الأوزان المتعلقة بخبرة الخسائر الواقعة فى فترات الملاحظة المتاحة مثال ذلك : إختيار الأوزان الترجيحية كمقياس للزيادة الدورية فى مستويات الأسعار as measure of increase in yearly price levels ، أو إختيار الأوزان كمقياس للأهمية النسبية للسنوات المتاحة للخبرة as measure of importance of recent years data ، أو إختيار مقياس للأوزان يعتمد على مؤشرين أو أكثر من كل هذه المؤشرات وفق ما يتناسب مع موضوع التطبيق وهو مايطلق عليه Combining weights (١) . ولكى يتم هذا الإختيار بصورة دقيقة ينبغى مناقشة الأساليب المتبعة فى تسعير أنواع التأمينات العامة

والتى تختلف عن أساليب التسعير فى غيرها من الأنشطة وفى نقاط محددة فالغرض الأساسى من هذه الدراسة هو : -

١- تحليل الإطار المستخدم فى التسعير - وتحديد الأقساط الصافية - وتقييمه .

٢- تحليل الأساليب الإحصائية الأكثر شيوعاً وإستخداماً فى تسعير أنواع التأمينات العامة فى ظل طرق التسعير المتبانية .

٣- إقتراح بعض النماذج الكمية التى تستخدم الأساليب الإحصائية الحديثة لتوفير أكبر ضبط ممكن فى الأسعار التأمينية فى الأمد القصير والمحافظة على إستقرارها وإتزانها فى الأمد الطويل عن طريق إجراء التسويات اللازمة لذلك مع دراسة تطبيقها على التأمين على السيارات فى مصر .

ب- نطاق الدراسة والهدف من البحث :

تنحصر الدراسة فى فحص العمليات الفنية للتأمين التكميلى للسيارات الملاكى وهى العمليات التى تتعلق بالأقساط والتعويضات وعدد الوحدات المعرضة للخطر وأثر ذلك فى تكوين الأقساط الصافية على وجه التحديد والتى يطلق عليها Net premium rate والتى تتضمن مايمكن أن يطلق عليه الإحتياطى لمقابلة نفقات الخطر والتقلبات العكسية فى الأقساط الصافية ذاتها Risk charge وهدفه تفادى خطر الإكتتاب Underwriting Risk Fluctuations ويتوقف تحديده على الخبرة التأمينية المتاحة ومدى الإختلاف بين هذه الخبرة الفعلية والمتوقعة . والجدير بالذكر إختلاف مفهوم Risk charge عن أعباء القسط التى تضاف لتكوين القسط التجارى المطلوب Gross Premium والتى تشتمل على عمولات الوكلاء والسماسرة ومرتبات العاملين وإيجار المبانى بالإضافة للضرائب المستحقة وهامش الربح Pure Profit ويطلق علي أعباء القسط مصطلح Loading ويقصد به Expences of doing business حيث حدد أحد الكتاب معادلة القسط التجارى على النحو التالى : (٢) .

- Gross Premium = [(Pure Premium Rate X exposure) + risk Charge] + expenses of doing Business

هذا بالإضافة إلى فحص التوزيعات التكرارية لعدد وقيم التعويضات الحادثة فعلاً سنوياً لتوقع هذه التوزيعات إحتمالياً فى المستقبل وفق أسلوب المحاكاه وهو ما يساعد بشكل أكثر دقة فى إختيار المقياس الأكثر ملاءمة وعداله للأوزان المرجحة لحجم الخسائر وصولاً للقسط الصافى المتوقع النهائى (القسط الصافى + الإحتياطى لمقابلة التقلبات العكسية) .

لذا تهدف هذه الدراسة إلى تحديد النموذج الرياضى (الإحصائى) المناسب لتحديد الأقساط الصافية المتوقعة النهائية بإستخدام الأساليب الكمية (الإحصائية) الحديثة والتى تتناسب مع التأمين التكميلى على السيارات الملاكى The private cars Policy (المتجانس الأخطار) بالسوق المصرى للتأمين .

جـ - منهج الدراسة :-

لتحقيق هدف البحث يتعرض الباحث للنقاط الأساسية الآتية من خلال مبحثين هما :-

المبحث الأول : بعض مناهج التسعير فى التأمينات العامة والمنهج الإحصائى (النموذج الكمى) المقترح للدراسة .

المبحث الثانى : دراسة تطبيقية للنموذج الكمى المقترح على السوق المصرى لتأمين السيارات الملاكى .

ويختتم البحث بالخلاصة والتوصيات .

المبحث الأول

بعض مناهج التسعير فى التأمينات العامة والمنهج الإحصائى (النموذج الكمى) المقترح للدراسة

أولاً : بعض مناهج التسعير المتبعة فى تحديد الأقساط الصافية فى أنواع التأمينات العامة :-

إن تحديد الأقساط الصافية يعتمد على تفاعل عنصرين أساسيين هما معدل تكرار حدوث الخسارة Claim Frequency وشدة الخسارة Claim Severity ومدى تحركهما فى المستقبل إعتماداً على الخبرة الماضية للخسارة Prior Claim (Loss) experience إلا أنه فى غالبية الأحوال لاتتعادل الخبرة الفعلية للخسائر مع ماكان متوقع لها بالإعتماد على الخبرة الماضية المستندة إلى البيانات التاريخية Historical data وهو مايؤثر على السعر المتوقع تأثيراً مباشراً كنتيجة لعدم الإعتماد على التوزيعات الإحتمالية للخسارة من ناحية وعدم أخذ العوامل المالية فى الإعتبار - والتى من أهمها عنصر التضخم - من ناحية أخرى . لذلك كله لابد من الإعتماد على الخبرة الحديثة وتوقعاتها الإحتمالية فى المستقبل لكى نحصل على سعر تأمين أكثر دقة وإتزان مع التركيز على التقييم السليم للخبرة الماضية المتاحة . ولعل من أهم المناهج المتبعة لتحقيق هذا الإتجاه الحديث فى التسعير مايلى : (٣)

١- توفير أكبر تجميع ممكن للخسائر الماضية لتحقيق أكبر حجم ممكن للخبرة والذى يحقق أكبر عناصر المصداقية المطلوبة لفئات الخطر المتباينة ، وكذلك الحال فيما يتعلق بعدد الحوادث (المطالبات) .

٢- تجميع بيانات عن أكبر عدد من السنوات الماضية للحصول على أكبر عينة ممكنة ممثلة للخبرة المجمعة المتاحة وذلك عن السنوات الحديثة الماضية والسنوات الماضية الأكثر بعداً وتعطى السنوات الحديثة أوزاناً أكبر كى تعكس الشروط والظروف الأحدث فى السوق.

٣- تسوية البيانات الأساسية للخبرة الماضية المتاحة وتصحيحها بمعامل تصحيح مناسب كى تصبح الأقساط الماضية فى مستوى الأسعار الجارية وكذلك الأمر مع الخسائر الماضية لتتناسب مع المستوى الحالى للتكاليف المدفوعة للمطالبات .

وتدور كل هذه الطرق فى فلك واحد وهو العمل على ضبط السعر الصافى بإستخدام القيمة المتوسطة للخسائر سواء كان ذلك :

١- وفق مفهوم نسبة الخسارة Loss Ratio وهى خارج قسمة الخسائر الحادثة على الأقساط المكتسبة .

٢- أو تحت مفهوم الأقساط الصافية وهى خارج قسمة الخسائر على العدد الكلى المعرض للخطر Number of exposures .

٣- أو وفق توفيق متوسطات الأقساط الصافية مع بعض التوزيعات الإحتمالية المعروف مناسبتها لنوع التأمين موضوع التسعير .

٤- أو بإضافة إحتياطى لمقابلة التقلبات العكسية المنتظرة فى الأقساط الصافية إلى السعر الصافى النهائى والذى يختلف قيمته بإختلاف قيمة هذا الإحتياطى .

ويتضح لنا من كل ماسبق مدى أهمية التحليل الإحصائى لعمليات التقدير الدقيق للأقساط الصافية .

ثانياً . معادلة القسط الصافى فى التأمينات العامة وحتمية التحليل الإحصائى لتحديدها :-

يتوقف التحديد الدقيق لمعادلة القسط الصافى فى التأمينات العامة على مدى التحسن المستمر فى السعر الصافى الذى توفره هذه المعادلة فى ظل الظروف والخصائص المتباينة للخطر بالإضافة إلى تحديد ميكانيزم التسعير الملائم والذى يحقق إعادة لتحديد سعر كل خطر أو مجموعة من الأخطار ولكل فئة من المؤمن لهم لكل سنة بعد

أخرى تحديداً عادلاً ، وذلك فى حالة ثبات العوامل المؤثرة فى الخطر سواء المؤثرة منها على معدل تكرار الحوادث أو على شدة الخسارة . أما إذا كان هناك تغيراً حاداً فى توزيع الأقساط الصافية ناشىء عن تغير فى أى من هذين العنصرين (التكرار والشدة) على المدى الطويل وخاصة الحديث فيه Long- Lasting فعندئذ يستلزم الأمر إستخدام عينه عشوائية من مجموعة مشابهة من الأخطار لفئات مشابهة من المؤمن لهم لمحاكاتها إحصائياً لتحقيق أعلى درجات الإستقرار فى عملية بناء الأسعار .

وبصفة عامة فإن التقديرات الإحصائية لمقدار القسط الصافى والذى سنرمز له بالرمز R سوف تساهم فى وضع هذا القسط فى مدى محدود من مستويات الثقة ، وللحصول على متغير عشوائى وليكن R^* نفرض أن له قيمة مختارة ولتكن R_o^* بحيث أن :

$$P [R^* \leq R_o^*] = \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (١)$$

حيث تشير δ إلى معامل الثقة المقبول وليكن مثلاً مستوى ٩٥٪ ثقة .

وعن باقى التقديرات الإحصائية المطلوبة لتحديد قيمة R نفرض أن :

L = متوسط قيمة الخسارة المتوقعة فى الفترة القادمة (ولتكن سنة واحدة) .

وأن R = قيمة القسط الصافى المتوقع فى هذه الفترة القادمة .

وإذا كان متوسط الخسائر السنوى L يتبع توزيعاً إحتمالياً معيناً بمتوسط M وتباين σ^2/n حيث n تعبر عن عدد الوحدات المعرضة للخطر (عدد الوثائق) . ولتحديد قيمة R لتغطية قيمة L نجرى التقريب التالى بالمعادلة رقم (١) بحيث :

$$P \left[\frac{L - M}{\sigma \cdot \sqrt{n}} \leq \frac{R - M}{\sigma \cdot \sqrt{n}} \right] = ١ - \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (٢)$$

حيث :

α = مستوى المعنوية المختار وليكن ٥٪ مثلاً مستوى مقبول .

$\frac{L - M}{\sigma / \sqrt{n}}$ تقترب من التوزيع الطبيعى فى حالة زيادة n زيادة كبيرة جداً وفقاً لمفهوم نظرية الحد المركزية .

$\frac{R - M}{\sigma / \sqrt{n}}$ = القيمة الطبيعية العيارية حيث M ، $\sigma / \sqrt{n}$

هما معلمتا توزيع الخسائر وقيمة R المختارة هى متوسط الأقساط للسنة الأخيرة لخبرة ومن خلال المعادلتين (١) ، (٢) وإعتماداً على مستوى (α) المختار نجد أن : (٤)

$$R^* \; 1 - \alpha \; = \; \frac{R - M}{\sigma / \sqrt{n}}$$

وعليه تحدد العلاقة التالية قيمة R المطلوبة كقسط صافى متوقع :

$$R = M + R^* \; 1 - \alpha \; . \; \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٣)$$

وتمثل المعادلة رقم (٣) معادلة القسط الصافى فى التأمينات العامة فى صورتها الأولى حيث :

R = قيمة القسط الصافى النهائى .

M = القسط الصافى (متوسط التوزيع الإحتمالى لقيم الخسائر بالمجتمع الأصلى)

$R^* \; 1 - \alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = قيمة الإحتياطى المضاف لمقابلة التقلبات العكسية فى القسط

الصافى وتمثل حاصل ضرب الإنحراف المعيارى لتوزيع قيم الخسائر (للمجتمع الأصلى) فى القيمة العيارية الطبيعية من التوزيع الطبيعى للمجتمع الأصلى .

وتطويراً للمعادلة رقم (٣) نلاحظ أن تحديد قيمة R كقسط صافى نهائى متوقع ليعكس الخبرة الإكتتابية المتاحة لشركة التأمين إعتمد على قيمة M ، σ كمعلمات توصف توزيع حجم الخسائر للمجتمع الأصلى ، وحيث أنهما قيمتين غير معروفتين فمن الممكن الإستعاضة عن قيمتيهما بالتقدير التجريبى لهما حيث **

$$M = \bar{x} \quad \text{and} \quad \sigma = s$$

وتقدر قيمتيهما من آخر خبرة حديثة متاحة ومن ثم يمكن إعادة كتابة المعادلة رقم (٣) بالشكل التالى :-

$$R = \bar{x} + R^{*}_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

وإن كان من الأفضل محاكاه التوزيع التجريبى لحجم الخسائر بالتوزيعات الإحتمالية النظرية الملاءمة لنوع التأمين موضوع التسعير (٥)

ثالثاً ، النموذج الكمى (الإحصائى) المقترح لضبط تقدير القسط الصافى فى التأمينات العامة :-

تعتمد فكرة تكوين النموذج على وضع أوزان معينة مختارة تؤثر فى المعدل النهائى للتسعير وتهدف إلى أن يغطى هذا المعدل الشروط الحديثة للتغطيات التأمينية . على أنه يكون من المقبول كأساس للبداية تلك التقديرات التجريبية لمعلمتى التوزيع الفعلى (الوسط

** تتحدد قيمتى $\bar{x}$ ، s على النحو التالى : -

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i / n .$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

$\bar{x}$ والتباين (S^2) ، إلا أن هناك مقاييس أكثر دقة ومن بينها مايلى :- (٦)

المقياس الأول : إختلاف أوزان الترجيح تبعاً للإختلاف المباشر فى عنصرى عدد المطالبات وعدد الوحدات المعرضة للخطر (n) .

المقياس الثانى : إختلاف أوزان الترجيح تبعاً لإختلاف حداثة سنوات الخبرة المتاحة بحيث تعطى أوزان لخبرة السنوات الحديثة الأخيرة أكبر من تلك الأوزان المعطاه للخبرة عن سنوات أكثر بعداً وهو مايطلق عليه Credibility factors (٧) .

المقياس الثالث ، تسوية أقساط سنوات الملاحظة الماضية Prior Years Observed بمستوى تكاليف التعويضات المدفوعة The present level of claim cost فى ميعاد إجراء التسوية وتقدير القسط الصافى المتوقع .

والجدير بالذكر أن الباحث سوف يعتمد على المقياس الثالث فى تسوية معادلة القسط الصافى وتقديره مع إمتزاج هذا المقياس بالمقياس الأول وخاصة فيما يتعلق بإختلاف عدد الوحدات المعرضة للخطر .

١) فروض النموذج :

أ- تحديد متوسط توزيع كافة الخسائر $\bar{x}_i$ (حيث i هى فترات الملاحظة) من توزيع مستقل هو المجتمع الأصلى وذلك بمتوسط M وتباين σ^2/n_i (حيث n_i هى العدد الكلى للمؤمن لهم المعرضين للخطر كل الفترة) .

ب- تحديد متوسط توزيع الخسائر $\bar{x}_i$ من العينة العشوائية لكل فترة من فترات (i) الملاحظة على حده .

جـ- توافر عنصر التجانس فى الوحدات المعرضة للخطر .

د – ترتب فترات الملاحظة بحسب حداثتها ترتيباً تنازلياً (فالسنة الأخيرة للخبرة المتاحة (K) تمثل السنة الأحدث حيث $i = 1, 2, \ldots k$) .

هـ – إختيار المقياس المناسب لتحديد أوزان الترجيح بحيث تعكس الخبرة المتاحة مما يساعد على ترشيد قرار التسعير decision Making وقد اختار الباحث المقياس الثالث من المقاييس المطروحة للقياس وهو المقياس الذى تسوى الأقساط فيه بمستوى تكاليف التعويضات المدفوعة والذى سنرمز له بالرمز (C_i) .

و – يتم تقدير القسط الصافى النهائى بحيث يحدد أولاً القسط الصافى Net Rate بالإضافة إلى الإحتياطى لمقابلة التقلبات العكسية Risk Charge .

٢) تكوين النموذج المقترح :-

يعتمد النموذج المقترح على المعادلة رقم (٣) وفيها القسط الصافى النهائى يتكون من شقين الأول القسط الصافى ويمثل متوسط حجم الخسائروالشق الثانى من الإحتياطى والذى يتكون من تفاعل الإنحراف المعيارى لحجم الخسائر والقيمة العيارية الطبيعية وفق مستوى المعنوية المختار . وحيث يتعذر فى الغالبية العظمى من أنواع التأمين تحديد معلمات المجتمع الأصلى يفضل إتباع إسلوب المحاكاه بين التوزيع الفعلى لحجم الخسائر وما يناسبه من توزيع نظرى إحتمالى وهو الأسلوب المفضل فى مثل هذه الأحوال .

أ- التوزيع الإحتمالى المناسب لحجم الخسائر العادية :-

حيث سيقوم الباحث بالتطبيق على التأمين التكميلى على اخطار السيارات الملاكى فإن الكثير من الكتاب والباحثين قد أثبتوا أن توزيع باريتو Pareto distribution يلائم التوزيع التكرارى لحجم خسائر حوادث السيارات نتيجة لما يتسم به هذا التوزيع من أن له ذيل طويل يميزه عن التوزيعات الأخرى فضلاً عن أنه هو التوزيع الملائم لتمثيل التوزيعات التى تحتوى على مطالبات كبيرة الحجم وهو حال بعض الخسائر فى السيارات مثال ذلك الخسائر الكلية للوحدة الواحدة المعرضة للخطر . (٨) حيث دالة كثافة الإحتمال لتوزيع باريتو وكذلك دالة الاحتمال التجميعية تتحدد على النحو التالى : (٩) .

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} \qquad (x > \beta)$$

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha} \qquad (x > \beta)$$

ولهذا التوزيع معلمتين المتوسط والتباين ويتحددان كالتالى :-

$$\text{mean} = M = \frac{\alpha\ \beta}{\alpha - 1} \quad \text{for} \quad \alpha > 1$$

والجدير بالذكر أن هذا المتوسط يشترط لوجوده أن تكون قيمة α أكبر من واحد صحيح.(١٠)

$$\text{Variance} = \sigma^2 = \frac{\alpha \beta^2}{\alpha - 2} - \left(\frac{\alpha \beta}{\alpha - 1}\right)^2 \qquad \text{for } \alpha > 2$$

ويشترط كذلك لوجود التباين أن تكون قيمة α أكبر من ٢ ، وسنراعى عند التطبيق أخذ هذه الشروط فى الحسبان ، حيث تعد هذه الشروط من الناحية العملية من معوقات إستخدام توزيع باريتو لذا فقد يفضل عليه التوزيع اللوغاريتمى الطبيعى إلا أن توزيع باريتو لا يقترب بنفس سرعة التوزيع اللوغاريتمى من الصفر (المحور الأفقى) فيما يتعلق بدالة كثافة إحتمال كلاهما .

ب- تكوين النموذج الإحصائى لتحديد معادلة القسط الصافى النهائى وفق مقياس (الوزن الترجيحى) يعكس الزيادة فى مستويات الأسعار :

Increase in Yearly Price levels .

يتكون النموذج من فترات الملاحظة المتاحة (i) ومرتبة حسب حداثتها ولكل منها متوسط حجم للخسائر الحادثة منها $(\bar{x}_i)$ وعدد الوحدات المعرضة للخطر (n_i) والأوزان الترجيحية المختارة لتعكس الزيادة فى مستويات الأسعار السنوية المستمرة (C_i) حيث $i=1,2,...k$

ولتقدير (C_i) نختار متوسطات أحجام الخسائر المقدرة لكل فترة ملاحظة على حدة وبإستخدام سنة أساس مختارة بحيث تكون أقدم سنه خبرة متاحة يمكن تقدير الأرقام القياسية المطلقة السنوية والتى منها يمكن تقدير (C_i) كوزن ترجيح سنوى لأحجام الخسارة لتسوية الأقساط الصافية بتكاليف هذه التعويضات (الخسائر) المدفوعة ولعلاج مشكلة التضخم بحيث : -

$$\text{الوزن الترجيحى السنوى} = \frac{\text{الرقم القياسى المطلق للسنة الأخيرة للخبرة}}{\text{الرقم القياسى المطلق لكل سنة على حـــدة}}$$

ولتقدير C_k نقسم الرقم القياسى الطلق للسنة (k) على نفسه ، بمعنى آخر نجد أن $C_K=1$: . وتزيد أوزان الأعوام { 1 , ... (k -2) , (k - 1) } بقدر يعكس مستويات الإختلاف فى الأسعار بحيث نقدر متوسط متوسطات حجم الخسائر للفترة ككل $(\bar{\bar{x}})$ بالإعتماد على الأوزان الترجيحية لـ $(\bar{x}_i)$ للسنوات الماضية Previous لتكون فى نفس مستوى الأسعار السائدة فى السوق Prevailing وعند ئذ سيكون التأثير الوزنى لتعديل مستوى الأسعار أفضل إعتماداً على المحصله النهائية للخبرة Loss Basket وهو الأمر الذى يتناسب تماماً مع التأمين على السيارات . (١١)

وبناء على كل ماسبق وبفرض الحصول على قيم $\bar{x}_i$, c_i , n_i لكل فترة من فترات i يمكن تقدير المتوسط $(\bar{\bar{x}})$ ، التباين $v(\bar{\bar{x}})$ على النحو التالى : -

$$(٤) \qquad \bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{k} c_i \; n_i \; \bar{x}_i \; / \; \sum_{i=1}^{k} c_i \; n_i$$

$$(٥) \qquad v(\bar{\bar{x}}) = \sigma^2 \left[\left(\sum_{i=1}^{k} c_i^{\,2} \, n_i \right) / \left(\sum_{i=1}^{k} c_i \; n_i \right)^2 \right]$$

هذا وتقدر σ^2 (التباين) من التوزيع الإحتمالى المناسب لحجم الخسائر لكل فترة الملاحظة (توزيع باتيو) .

وعلى هذا الأساس نعيد كتابة المعادلة رقم (٣) لـ (Witt 1974)على صورة ما أثبته كلاً من (Iskandar and Edward, 1984, p.543) , لتكوين المعادلة رقم (٦) :

$$(٦) \qquad \ldots\ldots R = \bar{\bar{x}} + R^*_{1-\alpha} \cdot \sqrt{v(\bar{\bar{x}})}$$

بدلالة معلمتى توزيع باريتو (الوسط والتباين) . ويلاحظ على معادلة تقدير القسط الصافى النهائى (R) وفق هذا المقياس إنها أفضا حالاً من تطبيق المعادلة رقم (٣) حيث تسمح بأخذ خبرة الخسائر عن السنوات الماضية عن طريق إستخدام $(\bar{\bar{x}})$ ، $v(\bar{\bar{x}})$ وهما من توزيعات إحتمالية نظرية ملاءمة لتوزيع البيانات الفعلية أى أفضل من $\bar{x}$ ، S^2

وهو ما يتلافى معه عيوب التقدير بالإعتماد على الوسط الحسابى غير المرجح والمعتمد فقط على التوزيعات التجريبية ، بالإضافة إلى سلامة هذا التصرف إحصائياً وفق نظرية العينات. وبذلك تناسب المعادلة رقم (٦) معظم أنواع التأمينات العامة وبخاصة التغطيات التأمينيةللأضرار المادية الناشئة عن حوادث السيارات الملاكى وهو موضوع الدراسة التطبيقية فى هذا البحث .

المبحث الثانى

دراسة تطبيقية للنموذج الكمى (الإحصائى) المقترح بالسوق المصرى للتأمين على السيارات " الملاكى "

أ- تقديم :

تتحدد معادلة القسط التجارى للتأمينات العامة (السابق إيضاحها بنطاق هذه الدراسة) متضمنة ثلاثة عناصر هى :

١- القسط الصافى : وهو خارج قسمة إجمالى التعويضات عن كل الأخطار المحققة على عدد الوحدات المعرضة للخطر .

٢- إحتياطى التقلبات العكسية فى الأقساط الصافية المحسوبة .

٣- المصاريف وتتضمن العمولات سواء للوكلاء أو السماسرة ومرتبات الموظفين وقيمة المعدات والآلات والإمدادات وإيجار المبانى وغير ذلك كالضرائب المستحقة .

ويتحدد القسط الصافى النهائى بمجموع العنصرين الأول والثانى كما سبق إيضاحه فى المعادلة رقم (٦) بالدراسة النظرية فى هذا البحث حيث :

$$R = \bar{\bar{x}} + R^{*}_{1-\alpha} \cdot \sqrt{v(\bar{\bar{x}})}$$

وذلك بدلالة σ^2 للتوزيع الإحتمالي لحجم الخسائر " توزيع باريتو " فى تأمين السيارات " الملاكى " حيث :-

R = القسط الصافى النهائى المطلوب للوثيقة الواحدة .

$\bar{\bar{x}}$ = متوسط متوسطات حجم الخسارة للفترات موضوع المشاهدة مرجحاً بمقياس يعكس الزيادة فى مستويات الأسعار .

$\sqrt{v(\bar{x})}$ الإنحراف المعيارى المرجح .

- $R^*_{1-\alpha}$ القيمة الطبيعية العيارية وتتحدد بالعلاقة التالية .

$$R^*_{1-\alpha} = (R - M) / \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

وفى هذه العلاقة نجد أن M ، σ هما معلمتا توزيع باريتو لحجم الخسائر فى تأمين السيارات للفترة موضوع الملاحظة كوحدة واحدة.أما n فهى عدد الوحدات المعرضة للخطر للفترة ككل . وسوف نختار α =٥٪ كمستوى معنوية مختار ومقبول أما قيمة R فهى تمثل فى هذه العلاقة متوسط نصيب الوثيقة الواحدة (السيارة الواحدة) من إجمالى التعويضات (وهى قيمة غير مرجحة) بحيث تتحدد وفق المعادلة رقم (٧) التالية :- (١٢)

$$(٧) \quad \text{R = Rure Premium} = \frac{\text{Total amount from all accurrences}}{\text{Exposure (to risk) basis}}$$

على أن تختار قيمة (R) فى المعادلةرقم (٧) من بين الحد الأدنى والحد الأعلى لفترة الثقة (بمعامل ثقة ٩٥٪) بحيث : (١٣)

$$R^*_{.95} = \pm 1.96$$

والجدير بالذكر أنه كلما كان المدى بين هذين الحدين صغيراً كلما عبر ذلك عن جودة وكفاية حجم البيانات وكبر الخبرة المتاحة ، والعكس صحيح فكبر الفرق بين هذين الحدين يعبر عن قلة البيانات من ناحية والخبرة المتاحة من ناحية أخرى .

ب- خطوات حساب القسط الصافى النهائى المطلوب :-

فيما يلى التوزيع التكرارى لحجم خسائر التأمين التكميلى على السيارات الملاكى بالسوق المصرى للتأمين (شركات القطاع العام فقط) وذلك عن الفترة من ٨٨/٨٩ : ١٩٩١/٩٠ (ثلاث سنوات) :

الفئات للمطالبة	التكرارات
صفر -	٦١٧٠
-١٠٢٥	٢٦٩٤
-٢٠٠٠	١٧٠٩
-٣٠٠٠	١٠٦٨
-٥٠٠٠	٩٤٧
-٩٠٠٠	١٣٢
-١١٠٠٠	١٩٣
-١٥٠٠٠	١٠
١٩٠٠٠-٢٥٠٠٠	٣
مجـ	١٢٩٢٦

جدول رقم (١)[١٤]

١- تقدير معلمتى التوزيع الإحتمالى لحجم الخسائر " توزيع باريتو "

من الجدول رقم (١) يتم تقدير الوسط والتباين لهذا التوزيع التجريبى والذى إتضح أنهما كما يلى :-

$$\bar{x} = 2048$$

$$s^2 = 6028\ 936$$

$$s = 2456$$

وبمحاكاتهما بالوسط والتباين لتوزيع باريتو وجد أن قيمة α = 2.302

وقيمة β = 1158

وبالتعويض فى معادلة تقدير التباين لتوزيع باريتو نجد أن :-

$$\sigma^2 = 6033202$$

ويلاحظ هنا أنه كشرط لوجو هذا التباين لابد أن نزيد α عن ٢ وهو ما أسفرت عنه البيانات المجمعة من السوق المصرى ويعبر ذلك عن مناسبة توزيع باريتو لهذه البيانات التاريخية .

٢- تقدير قيمة $(\bar{\bar{x}})$:

يبين الجدول رقم (٢) حجم الخسائر السنوى للخبرة المتاحة $(\bar{x}_i)$ وعدد الوحدات السنوية المعرضة للخطر (n_i) لفترات الملاحظة (i) والأرقام القياسية للأسعار بالإعتماد على $(\bar{x}_i)$ وبأخذ سنه ٨٧/ ١٩٨٨ كسنه أساس ومتوسط خسائر محققة ٣٥٠ جنيهاً . وكذلك يبين الجدول القيمة المستنتجة لترجيح قيم الخسائر (C_i) والتى تمثل زيادة مستويات الأسعار بإعتبار السنه الأحدث هى السنه رقم واحد وتمثل بسط الوزن الترجيحى لكل الفترات المتاحة .

i	x_i	n_i	Standard No's. %	c_i	c_i^2	$c_i^2 n_i$
88/89	424	742	121	5.28	27.88	20687
89/90	755	8408	216	2.96	8.76	73654
90/91	2238	50000	639	1.00	1.00	50000

جدول رقم (٢) (١٥)

وبإستخدام الجدول رقم (٢) وبالتعويض فى المعادلة رقم (٤) نحسب قيمة القسط الصافى The net Premium Rate كالتالى :-

$$\bar{\bar{x}} = 1679.5$$

٣- تقدير قيمة الإحتياطى لمقابلة التقلبات العكسية :-

أ- تقدير قيمة $\sqrt{v(\bar{\bar{x}})}$: من الجدول رقم (٢) وبالتعويض فى المعادلة رقم (٥) وبأخذ قيمة التباين للتوزيع الإحتمالى النظرى والموضح فى الخطوة رقم (١) من خطوات تقدير القسط الصافى النهائى نجد أن قيمة التباين المرجح لـ (C_i)هو :

$$v(\bar{\bar{x}}) = 276.389$$

ومنها يتم تقدير الإنحراف المعيارى حيث :

$$\sqrt{v(\bar{\bar{x}})} = 16.63$$

ب- تقدير قيمة $R^*_{1-\alpha}$: لتحديد هذه القيمة الطبيعية العيارية وبإختيار مستوى المعنوية ٥٪ ومستوى الثقة ٩٥٪ نجد أن :-

$$R^*_{1-.05} = R^*_{.95} = \frac{R - M}{\sigma / \sqrt{n}} = \pm 1.96$$

علماً بأن :

$$M = 2048$$

$$\sigma = 2456$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{59150} = 243$$

ولتقدير قيمة R (غير المرجحة) نحدد مداها بفترة ثقة ٩٥٪ لنجد أن حديها الأدنى والأعلى على النحوالتالى :-

$$2028 \leq R \leq 2068$$

لذا نختار قيمة R من بين هذين الحدين الأدنى والأعلى ، والجدير بالذكر أن الفارق بين هاتين القيمتين يعبر عن كفاية البيانات المتاحة والخبرة ، وتحسب قيمة R من المعادلة رقم (٧) حيث :-

$$R = \sum_{i=1}^{k} x_i \; n_i \; / \; n = 2004$$

ويتضح من ذلك أنه إختيار غير مناسب وقوع القيمة المختارة خارج المدى المقبول لذا سنأخذ بالحد الأعلى للمدى أي $R = 2068$ لتحقيق أعلى قدر من الأمان فى التقدير سعياً وراء ترشيداً أوفق لقرارات التسعير . وتبعاً لكل ماسبق نجد أن القيمة الطبيعية العيارية بإستخدام المعادلة رقم (٢) والكشف بجداول التوزيع الطبيعى تتحدد كالتالى :-

$$R^*_{1-.05} = R^*_{.95} = .9772$$

ومن البندين (أ) ، (ب) فى هذه الخطوة الثالثة من خطوات حساب القسط الصافى النهائى يمكن تقدير قيمة الإحتياطى لمقابلة التقلبات العكسية فى الأقساط الصافية على النحو التالى :

$$\text{Risk Charge} = R^*_{1-\alpha} \cdot \sqrt{v\,(\bar{\bar{x}})}$$

$$= .9772 \times 16.63$$

$$= 16.251$$

٤- تقدير القسط الصافى النهائى السنوى لوثيقة التأمين التكميلى على السيارات الملاكى بالسوق المصرى :

تحتوى المعادلة رقم (٦) لتقدير قيمة القسط الصافى النهائى على شقين أساسين وهما القسط الصافى The Net Premium Rate والإحتياطى Risk Charge وبالتعويض بقيمة هذين الحدين من الخطوتين الأخيرتين من خطوات التطبيق نجد أن :

$$R = 1679.5 + 16.251$$

$$= 1695.751 .$$

ومن ثم فإن المتوسط للقسط الصافى النهائى المطلوب سنوياً للتأمين التكميلى على السيارة الملاكى بالسوق المصرية يعادل ١٦٩٥,٧٥ جنيهاً .

خلاصة البحث والتوصيات :

إن ترشيد قرار التسعير فى أنواع التأمينات العامة عموماً والتأمين على السيارات خصوصاً يساعد على إزدهار سوق التأمين وإستقراره وذلك أثر تحقيقه لشرطين أساسيين هما العداله فى تقدير القسط المطلوب وكفاية هذا القسط ، ويتضح ذلك جلياً لو قمنا تطبيق المعادلة التالية لحساب القسط حيث :

$$R = \bar{x} + R^{*}_{1-\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

حيث $\bar{x}$, s قيم تجريبية وغير مرجحة فسنجد أن هذه المعادلة ستعطى لنا قسطاً يعادل ٢٠٥٨ جنيهاً وهو بطبيعة الحال أكبر بحوالى ١٨٪ (وتمثل هذه النسبة مقدار معدل التخلص من القسط الزائد) من القسط المحسوب وفق المعادلة رقم (٦) والمقدر بما يعادل ١٦٩٦ جنيهاً حيث إختلفت قيمة كلاً من القسط الصافى من $\bar{x}$ إلى $\bar{\bar{x}}$ وكذلك الإنحراف المعيارى من $\sqrt{n}$ إلى $\sqrt{v(\bar{\bar{x}})}$ بمعنى آخر إن الإختلاف كان بالتخفيض فى صالح الأوزان الترجيحية (بمقياس مختار يعكس الزيادة فى الأسعار) وهو ماينصح به الباحث السوق المصرى للتأمين على السيارات وبخاصة لو تم الأخذ بمفهوم أكثر إتساعاً إلا وهو مفهوم الأوزان الترجيحية المزدوجة .

هوامش البحث

1) Iskandar S.Hamwi and E dward Nissan , Determination of net Rate in Property and liability Insurance : An Alternative Approach , The Journal of Risk and Insurance vol . L I .No . 3 Sept ., 1984 , P . 543 and P.546 .

2) Robert and Stuart , Loss . Distribution . U.S., John Wiley & Sons Inc . 1984, P . 3.

3) Iskandar S . and E dward . op . cit ., 1984 , P.537.

4) Witt , Robert c . " Pricing , Investment Income and Underwritig Risk : A Stochastic View , " The Journal of Risk and I nsurance , Vol . 41 , No.1, (March , 1974) , P.P 109 - 133 .

5) Cummins . J . D . " Insurer's , S Risk: A Restatement , " The Journal of Risk and Insurance , Vol . 41 . No . I March , 1974) P.P .147 - 157 .

6) Iskandar and E dward , op . cit ., 1984 , P . 539

٧) وقد قام الباحث بتطبيق هذا المقياس عند تسعير التأمينات الهندسية فى قطاع البترول المنتج فى البيئة البحرية ... أنظر فى ذلك : محمد كامل سيد أحمد ، نموذج رياضى لتسعير أخطار صناعة التنقيب البحرى عن البترول بالتطبيق على السوق المصرية ، دكتوراه غير منشورة – كلية التجارة – جامعة القاهرة، ١٩٩٠، ص ١٢٨ : ص ١٥٠ .

٨) أنظر فى ذلك :

a) Osman , M .A "A New Approach to Automobiles Rate making By Quantitative Techniques Ph-D Thesis Dept of Maths - The City University London . 1986 .

b) Anderson H . " An Analysis of The Development Of The Fire Losses in Northern Countries after The Second World War . The Astin Bulletin Vol . 6 .

C) Hossack and athers , Introductory Statistics with application in General Insurance, London, Cambridge University Press , 1983 , P . 85 .

d) Beard and Others , Risk Theory : The Atocastic Basis of Insurance , 3ed , u . s : Chapman and Hall Ltd ., John Wiley and Sons ., 1984 , P . 75 .

9) Hossack and Others , Op.cit., 1983 , P.84 and P . 85 .

10) Beard and Others , Op.cit., 1984 , P . 76 .

11) Iskandar and Edward , op . cit ., 1984 , P.544 .

12) Robert and Stuart , Op. cit ., 1984 , P.2.

13) Hossack , op . cit ., 1983. P . 126 .

١٤ – المصدر : سجلات قسم التعويضات فى إدارة السيارات بشركتى الشرق للتأمين ومصر للتأمين من عام ٨٨/٨٩ إلى ١٩٩١/٩٠ بجمهورية مصر العربية .

١٥– المصدر : راجع المصدر بالهامش رقم (١٤) .