# تحديد النموذج الاحصائى لتقدير عدد حوادث الحريق بمحطات وقود السيارات بدولة الكويت

دكتور ابراهيم مرجان - دكتور حسين السلامونى - دكتور حمدى كمال

## مقدمة :

تتوقف صحة كثير من القرارات الخاصة بادارة خطر معين على المعرفة الدقيقة بسلوك هذا الخطر وخبرة الخسائر المترتبة على تحققة خلال فترة معينة فى الماضى القريب ، وعلى وجود واستخدام الاساليب الرياضية والاحصائية المناسبة فى التنبؤ بما ستكون عليه خبرة هذه الخسائر مستقبلا .و يمكن تنمية المعرفة الدقيقة بسلوك وخبرة الخسائر فى الماضى بادخال طرق يمكن الاعتماد عليها فى تجميع وتسجيل البيانات والاحتفاظ بها بطريقة منظمة ، بلاضافه الى اختيار طرق التصنيف والجدولة و طرق العرض و التحليل المناسبه لكل نوع من البيانات ، وكذلك تحديد النماذج الرياضية والاحصائية المتاحة لتمثيل مثل هذه البيانات ووسائل واساليب اختيار الانسب من بينها .

و تتعدد النماذج الرياضية والاحصاشية المستخدمه لتمثيل البيانات ،تبعا لاختلاف طبيعة المتغير وقيمة البيانات المجمعة من الخبرة الماضية . فاذا كنا بصدد متغير هو بطبيعته غير متصل Discrete Random Variable مثل عدد حوادث الحريق فانه يجب الاختيار من بين نماذج المتغيرات الغير متصلة مثل نموذج اللاتوزيع Distribution Free Model او النموذج البواسونى The Poisson Model او نموذج ثنائى الحدين السالب The Negative Binomial model . اما اذا كان هذا المتغير مستمرا بطبيعته Random Variable Continuous مثل قيمة خسارة الحريق فى كل حادث فانه لايجوز استعمال النماذج السابقة الذكر وانما وجب علينا ان نختار من بين مجموعة اخرى من النماذج وهى الخاصة بالمتغيرات المتصلة مثل نموذج اللاتوزيع او نموذج جاما Gamma Model او النموذج الطبيعى اللوغاريتمى The Log-Normal Model .

وبتحديد نموذج عدد الحوادث ونموذج قيمة الخسارة واستخدام بعض التقنيات الاحصائية يتحدد نموذج احتمالى لقيمة اجمالى الخسارة . و هذا النموذج الاخير قد يكون بسيطا يمكن كتابته على صورة صريحة كتوزيع احتمالى لمتغير مستمر على صورة احدى التوزيعات الاحتمالية

المعروفة او قد يأخذ شكلا آخر غير تلك الاشكال المعروفة . كما قد يأخذ شكلا معقدا لايمكن كتابته على صورة صريحة ويحتاج عندئذ الى ادوات وتقنيات حديثة لاستخدامها فى الحسابات (مثل حاسب آلى وبرامج متخصصة ).

و فى جميع الأحوال فانه بالوصول الى التوزيع الاحتمالى لاجمالى الخسائر تصبح لدينا صورة متكاملة عن ظاهرة خسائر الحريق وبذا فانه يمكن حساب القيمة المتوقعة لتحديد القسط الصافى وحساب التباين اللازم لتحديد التحميلات المقابلة للتقلبات فى قيمة المتوسط وبصفه عامه يمكن كتابة اى عبارات احتمالية مطلوبة سواء تلك الخاصة بتحديد تأثير حدود الاحتفاظ المختلفة على الاقساط او تحديد اقساط اعادة التأمين او الاحتياطيات المناسبة فى الحالات المختلفة . و بعباره اخرى يمكن القول بأنه لاتخاذ اى قرار خاص بخسائر الحريق يجب ان يبنى هذا القرار على ما يمليه علينا التوزيع الاحتمالى الخاص باجمالى الخسائر حتى يمكن تعظيم فرصة نجاح هذا القرار الى اقصى درجة ممكنة .

## الهدف من البحث:

يهدف هذا البحث الى اختيار انسب النماذج الاحصائية الاحتمالية التى تمثل خسائر الحريق الخاصة بمحطات الوقود الكويتية التابعة لشركة البترول الوطنية بدولة الكويت افضل تمثيل ممكن حتى يمكن تحسين فرصة نجاح اى قرار خاص بتلك الخسائر ، و بصفه خاصه تلك القرارات المتمثلة فى كيفية مواجهة وادارة هذا الخطر ، كقرار المفاضلة بين التأمين التجارى والتأمين الذاتى او تحديد حدود الاحتفاظ فى حالة التأمين التجارى او تحديد قيمة الاحتياطيات المناسبة فى حالة الاحتفاظ بالخطر . كذلك يهدف هذا البحث الى وضع اسلوب يوضح كيفية اختيار النموذج المناسب لتمثيل البيانات الخاصة بالخسائر فى الحالات المختلفة .

## اسلوب البحث:

من الواضح انه لتحقيق اهداف هذا البحث يجب استخدام الاسلوبين المتعارف عليهما فى مثل هذه الأحوال و هما :

اولا : الدراسة النظرية او المكتبية : وهى التى يكون الاعتماد الأول فيها على المراجع والكتب العلمية والابحاث والدوريات المتوفرة فى مجال النماذج الاحصائية الاحتمالية المختلفة التى يمكن

استخدامها فى تمثيل البيانات بصفة عامة وتحديد مواصفات وخصائص التوزيعات المناسبة للتامين وخبرة الخسائر بصفة خاصة ،

ثانيا : الدراسة العملية أو الميدانية : وهى الخاصة بتجميع بيانات خبرة عملية حتى يمكن تطبيق النماذج السابق التوصل اليها فى الدراسة المكتبية على بيانات خبرة الخسائر المجمعة .

خطة و حدود البحث :

ينقسم هذا البحث الى فصلين ، يختص الاول منهما ببحث و تحليل النماذج المختلفه لتقدير عدد حوادث الحريق ، فى حين يختص الفصل الثانى بأختبار ملائمة هذه النماذج لاستخدامها لتقدير عدد حوادث الحريق بمحطات وقود السيارات بدولة الكويت .

و يسعى هذا البحث الى استخلاص النموذج الاحصائىالمناسب لتقدير عدد حوادث الحريق - كمرحله اولى - تليها مراحل اخرى (فى ابحاث تاليه) . و على وجه التحديد سيتم اختبار النماذج الاحتمالية الاتية :

* نموذج اللاتوزيع
* نموذج توزيع بواسون
* نموذج توزيع ثنائى الحدين السالب

و قد تم اختيار هذه النماذج لانها الأكثر استعمالا فى الابحاث العلمية [٦] ولتوفر برامج الحاسب الآلى الخاصة بها فى الوقت الحاضر.

وسوف يتم الاعتماد على بيانات الخبرة العملية السنوية لجميع محطات الوقود العاملة بدولة الكويت فى الفترة من ١٩٨٣ الى ١٩٨٩ والتى بلغ عددها ٧٥ محطة عاملة فى العام الاخير [١].

# الفصل الأول

## النماذج المختلفه لتقدير عدد حوادث الحريق

### مقدمـــه

يمكن النظر الي عدد حوادث الحريق التى تقع خلال فتره زمنيه محدده ، على انه متغير عشوائى منفصل وذلك نظرا لتغير عدد الحوادث من عام الى آخر بطريقة عشوائية . ونظرا لان عدد الحوادث لابد وان يكون عدد صحيح موجب ولا ياخذ قيم كسرية (فعدد الحوادث فى احدى الفترات يمكن ان يكون صفر او ١ او ٢ او ٣ او .... ولكنه لايمكن ان يكون ٢,٢ او ٣,٧٥ مثلا ) لذلك فانه اذا اردنا تمثيل عدد حوادث الحريق بنموذج احتمالى مناسب فانه يجب اختيار احد النماذج الاحتمالية الخاصة بالمتغيرات العشوائية المنفصلة . ونظرا لان اكثر النماذج الاحتمالية للمتغيرات العشوائية المنفصلة استخداما فى الحياة العملية وفى الابحاث العلمية [٦] هى :

(١) نموذج اللاتوزيع [٣،٨]Distribution Free Model
(٢)النموذج الاحتمالى البواسونى [٧،١٠]Poisson Model
(٣) نموذج ثنائى الحدين السالب [٧،١٠ ] Negative Binomial Model

وبهذا فانه يصبح لدينا ثلاثة نماذج مرشحة للاختبار نتناول كل منها فى مبحث مستقل ، حيث نهتم بتوضيح خصائص كل منها والظروف المثلى لاستخدامها وطريقة تطبيق ذلك .

## المبحث الاول

## نموذج اللاتوزيع
## Distribution Free Model

### خصائص نموذج اللاتوزيع

يجد هذا الأسلوب فى المعالجة اساسه العلمى فى المقولة الاحصائية المعروفة بأن المتوسطات الحسابية المحسوبة من عينات مسحوبة من مجتمع معين يكون لها توزيع احتمالى يقترب من التوزيع الطبيعى NORMAL DISTRIBUTION كلما زاد حجم هذه العينات . لذا فان اصحاب مدرسة نموذج اللاتوزيع [٣] يجدون فى ذلك المبرر الكافى لعدم البحث عن توزيع لعدد الحوادث اصلا لانهم فى النهاية سيقومون بتقريب التوزيع الاحتمالى لمتوسط عدد الحوادث ايا كان شكله الحقيقى الى التوزيع الطبيعى ، وقد اثبت الاحصائيون ان هذا التقريب مقبول طالما زاد حجم البيانات فى العينة المحسوب منها هذا المتوسط الحسابى عن ٣٠ مفردة ، اما اذا قل حجم هذه العينة عن ٣٠ مفردة فانه يمكن استخدام التوزيع الاحتمالى المسمى بتوزيع "الطالب ت " STUDENT T DISTRIBUTION بدلا من التوزيع الطبيعى . وبذلك فانهم يكتفون بحساب

متوسط العينة

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} \quad \text{او} = \frac{\text{مجـ س} \times \text{ك}}{\text{مجـ ك}}$$

وتباينها

$$\text{ع}^2_{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}^2 - \text{ن} \times \bar{\text{س}}^2}{\text{ن} - ١} \quad \text{او} = \frac{\text{مجـ س}^2\text{ك} - \bar{\text{س}}\ \text{مجـ ك}}{\text{مجـ ك} - ١}$$

وتباين المتوسط

$$\text{ع}^2_{\bar{\text{س}}} = \frac{\text{ع}^2_{\text{س}}}{\text{ن}} \quad \text{او} = \frac{\text{ع}^2_{\text{س}}}{\text{مجـ ك}}$$

و ذلك لتقدير معالم التوزيع المجهول للمجتمع $(\mu, \sigma^2)$ وبعد ذلك يقومون بتقدير قسط التامين الصافى او قسط الخطر بدلالة المعلمة المقدرة "متوسط مجتمع متوسطات عدد الحوادث " كما يقومون باستخدام المعلمة المقدرة والخاصة بالتشتت "الانحراف المعيارى لمجتمع

المتوسطات " فى تقدير التحميلات اللازمة لمقابلة التغير فى عدد الحوادث من فترة لأخرى. أما اذا طلب من اصحاب هذه المدرسة كتابة أى عبارة احتمالية خاصة بعدد الحوادث المتوقع خلال فترة معينة خاصة عند التعرض لحساب حدود الاحتفاظ او حساب اقساط اعادة التامين وفقا للشروط المختلفة فانه كثيرا ما تستخدم نظرية الميل الى التوزيعات الطبيعية CENTRAL LIMIT THEOROM لتقريب توزيع متوسط عدد الحوادث حيث ان النظرية المذكورة تقضى بان المتغير العشوائى ( س - $\mu$ ) + ( $\text{ع}_{\text{س}}$ ÷ $\sqrt{\text{ن}}$ ) حيث ن هو حجم العينة التى حسب منها المتوسط الحسابى س ، والانحراف المعيارى ع ، هذا المتغير العشوائى يقترب توزيعه الاحتمالى من التوزيع الطبيعى النمطى STANDARD NORMAL DISTRIBUTION والذى يكون متوسطه صفر وانحرافه المعيارى واحد صحيح ، أى أن :

$$\frac{\text{س} - \mu}{\text{ع} + \sqrt{\text{ن}}} \quad \text{موزع ط ( صفر ، ١ )}$$

وهذا يمكننا من القول بأن :

$$\text{ح} \left[ \frac{\text{س} - \mu}{\text{ع} + \sqrt{\text{ن}}} < \text{ى} \right] = (١ - \alpha)$$

حيث ح = احتمال ، وهذا يعادل القول بأن :

$$\text{ح} \left[ \text{س} < \mu + \text{ى} \{ \text{ع} + \sqrt{\text{ن}} \} \right] = (١ - \alpha)$$

وبذا فانه يمكن استخدام جداول التوزيع الطبيعى النمطى لايجاد قيمة ى اذا علمت $\alpha$ ( كما هو الحال عند تحديد حد الاحتفاظ بحيث لاتزيد عدد الحوادث عن هذا الحد الا فى $\alpha$ من المرات ) وايضا فانه يمكن استخدام جداول التوزيع الطبيعى النمطى لايجاد قيمة $\alpha$ اذا علمت قيمة ى (كما هو الحال عند حساب احتمال أن يزيد عدد الحوادث عن رقم معين لتحديد أقساط اعادة التأمين المناسبة لذلك ).

## استخدام نموذج اللاتوزيع لتقدير عدد الحوادث

يمكن استخدام الصيغ السابقه لتقدير عدد حوادث الحريق فى محطات الوقود بدولة الكويت كما يلى :

متوسط عدد الحوادث من عينة حجمها ن = ٣٥٦ هو س = ٠,١١٧٩٧٧٥٣
والانحراف المعيارى لعدد الحوادث من هذه العينة هو ع = ٠,٤٠٧٨٢٨١٣

ولذا يمكن القول بأن متوسطات عدد الحوادث المحسوبه من العينات المشابهة المختلفة هو متغير عشوائى ، وان

$$\frac{\text{س} - ٠,١١٧٩٧٧٥٣}{٣٥٦ + ٠,٤٠٧٨٢٨١٣} \quad \text{موزع ط ( صفر ، ١ )}$$

$$\text{اى ان} \quad \text{س موزع ط} \left( ٠,١١٧٩٧٧٥٣ \text{ ، } ٠,٠٠٤٦٧٢٠ = \frac{٠,٤٠٧٨٢٨١٣^{٢}}{٣٥٦} \right)$$

ولتقدير الحد الاقصى لمتوسط عدد الحوادث فى ٩٩٪ من العينات فانه يمكن اتمام ذلك باستخدام جداول التوزيع الطبيعى النمطى كما يلى :

بما ان ح [ { س - ٠,١١٧٩٧٧٥٣ } ÷ ٠,٠٢١٦١٤٨٤٧ > ى ] = ٠,٩٥
حيث يتضح ان ى = ١,٦٥ من الجداول المشار اليها وبذا يكون
متوسط عدد الحوادث س > ٠,١١٧٩٧٧٥٣ + ١,٦٥ × ٠,٠٢١٦١٤٨٤٧
اى ان س > ٠,١٥٣٦٤٢٠٢٦ فى ٩٥ ٪ من المرات
و س > ٠,١٥٣٦٤٢٠٢٦ فى ٥ ٪ فقط من المرات
وبالمثل فان ح [ { س - ٠,١١٧٩٧٧٥٣ } ÷ ٠,٠٢١٦١٤٨٤٧ > ى ] = ٠,٩٩
حيث يتضح ان ى = ٢,٣٤ من الجداول المشار اليها وبذا يكون
متوسط عدد الحوادث س > ٠,١١٧٩٧٧٥٣ + ٢,٣٤ × ٠,٠٢١٦١٤٨٤٧
اى ان س > ٠,١٦٨٣٤٠١٢٣ فى ٩٩ ٪ من المرات
و س > ٠,١٦٨٣٤٠١٢٣ فى ١ ٪ فقط من المرات

و يمكن الاستفاده من هذه النتائج عند تحديد حد الاحتفاظ مع الاخذ فى الاعتبار المقدرة المالية لصاحب الشان .

اما اذا اردنا تحديد احتمال زيادة متوسط عدد الحوادث عن حد معين (او نسبة الحوادث الكبيرة عن نسبة معينة ) فانه يمكن تحديد ذلك كما يلى :

ح [ س < ٠,١٣ ]

=ح[{(س-٠,١١٧٩٧٧٥٣)÷٠,٠٢١٦١٤٨٢٧} < {(٠,١٣-٠,١١٧٩٧٧٥٣)÷٠,٠٢١٦١٤٨٢٧}]

=ح[ الطبيعى النمطى < ٠,٥٥٦ ] = ٢٩ ٪

وبذا يمكن الاسترشاد بهذه النتيجة التى تقول بأن متوسط عدد الحوادث سيزيد عن ٠,١٣ فى ٢٩ فى المائة من المرات فى تحديد الاحتياطيات اللازمة لمواجهة العدد الكبير من الحوادث فى ٢٩ فى المائة من الفترات وكذلك يمكن استخدام ذلك فى تحديد بعض أنواع اقساط اعادة التامين .

ومن أهم النتائج التى يمكن استخلاصها من التحليل السابق ايضا ، أنه يمكن عمل جدول توزيع تكرارى متوقع باستخدام هذا التوزيع الطبيعى واستخدام هذا الجدول فى حساب احتمالات المتغيرات الغير متصلة ، مع الأخذ فى الاعتبار معامل التصحيح المعروف ( توسيع مدى المتغير ٠,٥ من كل من الجانبين للاحتمال المطلوب ) كما يلى :

و يمكن استخدام دالة كثافة التوزيع الاحتمالى لانشاء جدول التوزيع التكرارى المتوقع كما يلى :

التوزيع الاحتمالى لعدد حوادث الحريق

| عدد الحوادث<br>ن | الاحتمال<br>ح[ن] | التكرار المتوقع<br>ك م |
|---|---|---|
| ٠ | ٠,٧٦٠٧٠٠ | ٢٧٠,٨٠٩ |
| ١ | ٠,١٧٤٠٩٩ | ٦١,٩٧٩ |
| ٢ | ٠,٠٠٠٣٥١ | ٠,١٢٥ |
| ٣ | ٠,٠٠٠٠٠٠ | ٠,٠٠٠ |
| ٤ ـ | ٠,٠٦٤٨ | ٢٣,٠٨٧ |
| | ١,٠٠٠٠٠٠ | ٣٥٦,٠٠٠ |

## المبحث الثانى

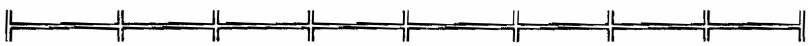
## نموذج التوزيع البواسونى
## Poisson Distribution Model

### خصائص نموذج التوزيع البواسونى

من الواضح انه يمكن اعتبار البديهيات الآتية من الخصائص الواضحة للمتغير الخاص بعدد حوادث الحريق [١٢،١٣]:

بديهية "١" "AXIOM "1:

بفرض ان ن(ت) ترمز الى عدد حوادث الحريق فى الفترة الزمنية من (الزمن صفر الى الزمن ت ) اى من صفر الى ت ، فانه من الممكن توضيح ان الاجراءات الاحتمالية PROBABILITY PROCESS التى تتفق مع المتغير ن(ت) ستتميز بالزيادات المستقلة الثابتة STATIONARY INDEPENDENT INCREMENTS ، كما يلى :
اذا كانت ش= رقم موجب فانه لاى ت٠ > ت١ > ت٢ > ....... > ت ك (ك+١) نقطة على خط الزمن فان المتغيرين العشوائيين



صفر ت(٠) ت(١) .......... ت(ر) ت(ر+١) ..... ت(ك)

[ن{ت(ر+١)}-ن{ت(ر)}] ، [ن{ت(ر+١)+ش}-ن{ت(ر)+ش}] ،
ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ....... ، (ك-١) متغيرين مستقلين ولهم توزيع احتمالى متماثل INDEPENDENT AND IDENTICALLY DISTRIBUTED [IID]

بديهية "٢" "AXIOM "2:

لاى فترة زمنية ش > صفر يوجد احتمال موجب لوقوع حادث حريق ولكن هذا الاحتمال لايصل الى درجة التاكد ، اى ان
صفر > ح [ ن(ش) = ١ ] > ١ .

بديهية "٣" "AXIOM "3:

فى فترة زمنية صغيرة بالكفاية من الوقت ( اى انه يمكن اختيارها صغيرة بحيث تحقق الشرط التالى ) لايمكن ان يحدث فيها اكثر من حادث حريق واحد ، اى ان

ح [ ن(ش) > ١ ] = صفر .

فاذا افترضنا انه من الخبرة الماضية امكن حساب متوسط حدوث الحرائق في هذه الفترة الزمنية المشار اليها سابقا ورمزنا لهذا المتوسط بالرمز م فانه يمكن باستخدام ما يسمى بنموذج المواليد البحت Pure Birth Model تحديد التوزيع الاحتمالي لعدد الحرائق في الفترة الزمنية كما يلي :

بما ان الحرائق تحدث بمعدل (بمتوسط) "م " في الفترة الزمنية الواحدة وبفرض انه لايوجد حوادث حريق مشتعلة فعلا عند بداية الزمن " ت = ٠ "

فان البديهيات السابقة تقتضي ان احتمال حدوث حريق واحد خلال فترة زمنية مقدارها "ش" ( مقدار زيادة بسيطة في الوقت > صفر ) = م ش + د(ش) حيث د(ش) يعبر عن حد صغير القيمة جدا بالمقارنة مع م ش بما يقتضي ان يؤول د(ش) الى الصفر اذا آلت "ش" الى الصفر .

ح[صفر(ت+ش)]=ح[صفر(ت)]×ح[صفر(ش)] وذلك باستخدام البديهية رقم (١) حيث ح[صفر(ش)]>صفر وذلك باستخدام البديهية رقم (٢) ويوصلنا هذا الى الحل العام

ح[صفر(ت)]=هـ$^{-م ت}$ حيث م = رقم ثابت موجب ، وبالتالي

ح[صفر(ش)] = ١ - م ش + $\frac{(م ش)^{٢}}{٢!}$ - .............

= ١ - م ش + د(ش$^{٢}$)

وباستخدام البديهية رقم (٣)

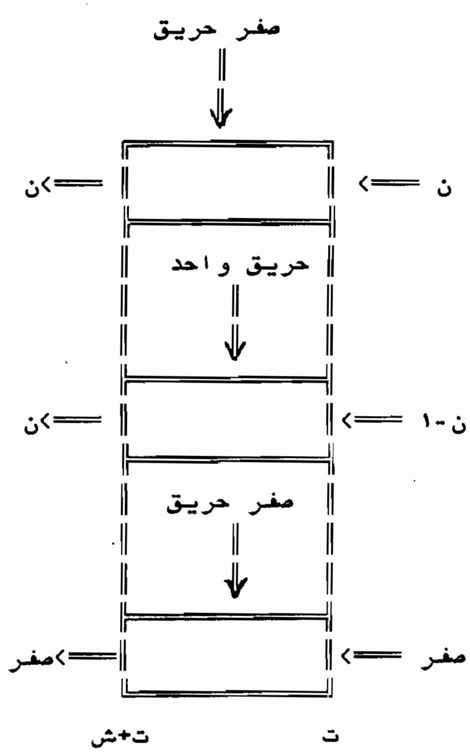
ح[١(ش)] = ١ - ح[صفر(ش)]

= م ش + د(ش$^{٢}$)

من بديهية رقم (٣) معروف ان احتمال وقوع اكثر من حادث حريق واحد خلال الفترة الواحدة يقترب من الصفر اذا اقتربت ش من الصفر وهذا يعني ان احتمال عدم وقوع اى حريق خلال الفترة الزمنية ش يساوي تقريبا ( ١ - م ش ) التي يمكن باستخدام بديهية رقم (٢) القول بأنها ١ > ١ - م ش > صفر

والآن فلننظر الى الاحتمالات ح[ن(ت)] ، ح[ن(ت+ش)] والتى تفيد بوجود ن حريق فى الوقت ت ، ت+ش على الترتيب . الشكل رقم (١) يبين جميع التغيرات او الحركات الممكنة لعدد الحرائق المشتعلة فعلا بين التوقيتين ت ، ت+ش .

الشكل رقم (١)




اذا كانت ن > صفر فانه ستوجد ن حريقة مشتعلة فى التوقيت ت+ش اذا :

(١) كان هناك ن حريقة مشتعلة فى التوقيت ت ولم تشتعل اى حريق اضافية خلال الفترة ش او

(٢) كان هناك ن-١ حريقة مشتعلة فى التوقيت ت واشتعلت واحدة جديدة فى خلال الفترة ش

اذا كانت ن = صفر ، بمعنى انه لايوجد اى حريق مشتعلة فى الوقت ت+ش فان ذلك يعنى انه لم تكن هناك اى حريقة مشتعلة فى التوقيت ت .

بما انه وفقا للبديهية (١) تكون كل الاحتمالات مستقلة ولها نفس التوزيع الاحتمالى IID فان

ح[ن(ت+ش)] = ح[ن(ت)](١- م ش) + ح[ن-١(ت)]م ش ، ن > صفر

، ح[ن(ت+ش)] = ح[صفر(ت)](١- م ش) ، ن = صفر

وباعادة ترتيب هذه الحدود نصل الى ان

(ح[ن(ت+ش)] - ح[ن(ت)]) / ش = - م ح[ن(ت)] + م ح[ن-١(ت)]

= - م ح[صفر(ت)]

باخذ نهاية هذا التعبير عندما تؤول ش الى الصفر نجد ان

ح′[ن(ت)] = - م ح[ن(ت)] + م ح[ن-١(ت)]

ح′[صفر(ت)] = - م ح[صفر(ت)]

حيث ح′[ن(ت)] = المعامل التفاضلى الأول للدالة ح[ن(ت)] بالنسبة للزمن ت .

بحل هذه المعادلات نصل الى

ح[ن(ت)] = ((م ت)^ن × هـ^-م ت) / ن! ، ن = ٠،١،٢،٣،.......

وهى دالة التوزيع البواسونى Poisson Distribution Function بمتوسط = م ت . وهذا يعنى انه اذا توفرت الشروط الثلاثة الخاصة بالبديهيات الثلاثة فى مواصفات المتغير الخاص بعدد الحرائق فانه يمكن القول بأن عدد الحرائق موزع وفقا للتوزيع البواسونى .

## اثبات النتائج السابقة :

المعادلتان التفاضليتان السابقتان يمكن حلهما مباشرة بالاستنتاج الرياضى . و فيما يلى سنستعمل تحويلات احصائية تسمى تحويلات "ز" Z-Transformation وبالتالى فالمعادلة الأولى تعطى :-

مجـ ح [ن(ت)] ز = -مجـ م ح[ن(ت)] ز + مجـ م ح[ن-١(ت)] ز

وباضافة المعادلة الثانية لذلك ينتج ان

مجـ ح′[ن(ت)] ز^ن = -مجـ م ح[ن(ت)] ز^ن + مجـ م ح[ن-١(ت)] ز^ن

وبفرض ان ح(ز،ت) = مجـ ح [ن(ت)] ز^ن ينتج ان

ح′(ز،ت) = (ء / ءت) مجـ ح [ن(ت)] ز^ن

= مجـ ح [ن(ت)] ز

= - م ح(ز،ت) + م ز ح(ز،ت)

ءح(ز،ت) / ح(ز،ت) = م (ز-١) ءت

وبحل هذه المعادلة التفاضلية Differential Equation نصل الى ان

ح(ز،ت) = ب هـ^(م(ز-١)ت)

حيث ب = ثابت .

وبما ان

ح(ز،صفر) = ح[صفر(صفر)] = ١

اذن ب = ١

وهذا يؤدى الى

$$ح(ز،ت) = هـ^{م(ز-١)ت}$$

وباستخدام معكوس تحويلات "ز" فان

$$ز^{-١}\{ح(ز،ت)\} = ز^{-١}\{هـ^{م(ز-١)ت}\} = هـ^{-م ت} \times ز^{-١}\{هـ^{م ت ز}\}$$

وهذا يعطى

$$ح[ن(ت)] = \frac{هـ^{-م ت} \times (م ت)^{ن}}{ن!} \quad ، \quad ن = ٠،١،٢،٣،.....$$

اى بواسون بمتوسط = تباين = م ت .

<u>استخدام النموذج البواسونى لتقدير عدد الحوادث</u>

يمكن استخدام نموذج التوزيع الاحتمالى البواسونى لتقدير عدد حوادث الحريق فى محطات الوقود بدولة الكويت كمايلى:

بما ان م=٠,١١٧٩٧٧٥٣ فانه يمكن القول بان عدد حوادث الحريق هو متغير عشوائى ذو دالة كثافة احتمال هى :

$$\text{اذن} \quad ح[ن] = \frac{هـ^{-٠,١١٧٩٧٧٥٣} \times ٠,١١٧٩٧٧٥٣^{ن}}{ن!} \quad ن = ٠،١،٢،.....$$

ويمكن استخدام دالة كثافة التوزيع الاحتمالى فى تقدير الاقساط الصافية (المتوسط=٠,١١٧٩٧٧٥٣) والتحميلات [نسبة من الابحراف المعيارى = جذ(٠,١١٧٩٧٧٥٣٩) = ٠,٣٤٣٤٧٨٥٧٢ ] كما يمكن استخدامها لتقدير حدود الاحتفاظ المناسبة على ضوء العلاقة

$$\text{ح} [\text{ن} > \text{ر}] = \text{هـ}^{-٠,١١٧٩٧٧٥٣} \times \underset{\text{ر}}{\text{مجـ}} \frac{(٠,١١٧٩٧٧٥٣)^{\text{ر}}}{\text{ر}!}$$

$$= ١ - [\text{هـ}^{-٠,١١٧٩٧٧٥٣} \times \underset{٠}{\overset{\text{ر}}{\text{مجـ}}} \frac{(٠,١١٧٩٧٧٥٣)^{\text{ر}}}{\text{ر}!}]$$

ويمكن استخدام دالة كثافة التوزيع الاحتمالى لانشاء جدول التوزيع التكرارى المتوقع كما يلى :

التوزيع الاحتمالى لعدد حوادث الحريق

| عدد الحوادث<br>ن | الاحتمال<br>ح[ن] | التكرار المتوقع<br>ك م |
|---|---|---|
| ٠ | ٠,٨٨٨٧١٦ | ٣١٦,٣٨٣ |
| ١ | ٠,١٠٤٨٤٩ | ٣٧,٣٢٦ |
| ٢ | ٠,٠٠٦١٨٥ | ٢,٢٠٢ |
| ٣ | ٠,٠٠٠٢٣٤ | ٠,٠٨٧ |
| ٤ — | ٠,٠٠٠٠٠٧ | ٠,٠٠٣ |
| | ١,٠٠٠٠٠٠ | ٣٥٦,٠٠٠ |

## المبحث الثالث

## نموذج توزيع ثنائى الحدين السالب
## Negative Binomial Distribution Model

### خصائص نموذج ثنائى الحدين السالب

يناسب النموذج البواسونى الحالات التى تتوافر فيها البديهيات الثلاثه المشار اليها سابقا ، فاذا كانت معلمة التوزيع غير معلومه فانه لا يكون هناك مفرا من استخدام التحليل البيزى فى هذه الحاله , و مفاد هذا التحليل ان معلمة التوزيع تكون موزعه وفقا لتوزيع جاما [٤].

و يمكن اثبات ان التوزيع المناسب فى هذه الحاله هو توزيع ثنائى الحدين السالب ( نموذج بواسون - جاما ) و معالم هذا التوزيع هى [٤]:

المتوسط $م = \frac{ا \times ر}{ب}$

و التباين $ع^{٢} = \frac{ا \times ر}{ب^{٢}}$

### استخدام نموذج ثنائى الحدين السالب لتقدير عدد الحوادث

يمكن تطبيق نموذج ثنائى الحدين السالب على البيانات المجمعه عن عدد حوادث الحريق فى محطات الوقود الكويتيه كما يلى :

المتوسط م = ,١١٧٩٧٧٥٣٠
الانحراف المعيارى = ,٤٠٧٨٢٨١٣٢
التباين = ,١٦٦٣٢٣٧٨٥

و بتطبيق الصيغ الخاصه بحساب المتوسط و الانحراف المعيارى من معالم توزيع ثنائى الحدين السالب , و سنرمز لهما بـ (ا ، ب ، ر) على الترتيب

فانه يمكن تقدير هاتين المعلمتين كما يلى :

بما ان المتوسط $\text{م} = \frac{\text{ا}\times\text{ر}}{\text{ب}} = ,١١٧٩٧٧٥٣$

و التباين $\text{ع}^{٢} = \frac{\text{ا}\times\text{ر}}{\text{ب}^{٢}} = ,١٦٦٣٢٣٧٨٥$

و بحل هاتين المعادلتين معا ينتج ان :

ا = ٠,٧٠٩٣٢٤٤٥٢

ب = ٠,٢٩٠٦٧٥٥٤٨

ر = ٠,٢٨٧٨٩

وبذا يمكن القول بان عدد حوادث الحريق هو متغير عشوائى غير متصل بتوزيع احتمالى له دالة كثافة احتماليه على الصوره :

$$\text{ح}[\text{ن}] = \frac{\text{ج}(٠,٢٨٧٨٩ + \text{ن})}{\text{ج}(\text{ن}+١) \times \text{ج}(,٢٨٧٨٩)} \times ٠,٧٠٩٣٢^{٠,٢٨٧٨٩} \times ٠,٢٩٠٦٨^{\text{ن}}$$

حيث ن = صفر ، ١ ، ٢ ، ...

ج = دالة جاما الغير كامله incomplete Gamma Function

و باستخدام هذه الصوره يمكن عمل جدول التوزيع التكرارى المتوقع لعدد حوادث الحريق كما يلى :

التوزيع الاحتمالى لعدد حوادث الحريق

| ن | الاحتمال<br>ح[ن] | التكرار<br>ك م |
|---|---|---|
| ٠ | ٠,٩٠٥٨٥٦ | ٣٢٢,٤٨٥ |
| ١ | ٠,٠٧٠٥٨٥ | ٢٧,٠٠٣ |
| ٢ | ٠,٠١٤١٩٨ | ٥,٠٥٥ |
| ٣ | ٠,٠٠٣١٤٧ | ١,١٢١ |
| ٤ـ | ٠,٠٠٠٩٤٦ | ٠,٣٣٦ |
| | ١,٠٠٠٠٠٠ | ٣٥٦,٠٠٠ |

## الفصل الثانى

## اختبار ملائمة النماذج المستخدمه

### مقدمـــــه

لاختيـــار النموذج الامثل فى هذه الدراسه سوف نستخدم الاختبار المعروف " كا٢ " ، و يقوم هذا الاختبار على ايجاد مجموع خارج قسمة مربعات الفروق بين القراءات الفعليه و المتوقعه و نسبته الى مجموع مربعات القراءات المتوقعه ، و نظرا لما هو ثابت من انه لا يمكن استخدام هذا الاختبار الا اذا كان التكرار المتوقع فى كل فئه لا يقل عن ٥ [٥] , فاننا سوف نقوم بضم الفئات الثلاثه الاخيره و ذلك كما يلى :

| الفئه | التكرار الفعلى |
|---|---|
| ٠ | ٣٢٣ |
| ١ | ٢٦ |
| ٢ـ | ٧ |
| المجموع | ٣٥٦ |

والى جانب الاختبار السابق فانه من المفيد النظر الى الرسم البيـانى للمقارنة بين الشكل الذى تأخذه الأرقام الفعلية مع الشكل الذى تـأخذه الارقام المتوقعة فى كل حالة وفيما يلى نتائج تطبيق هذه الاختبارات بالنسبه للنماذج الثلاثه المقدمه .

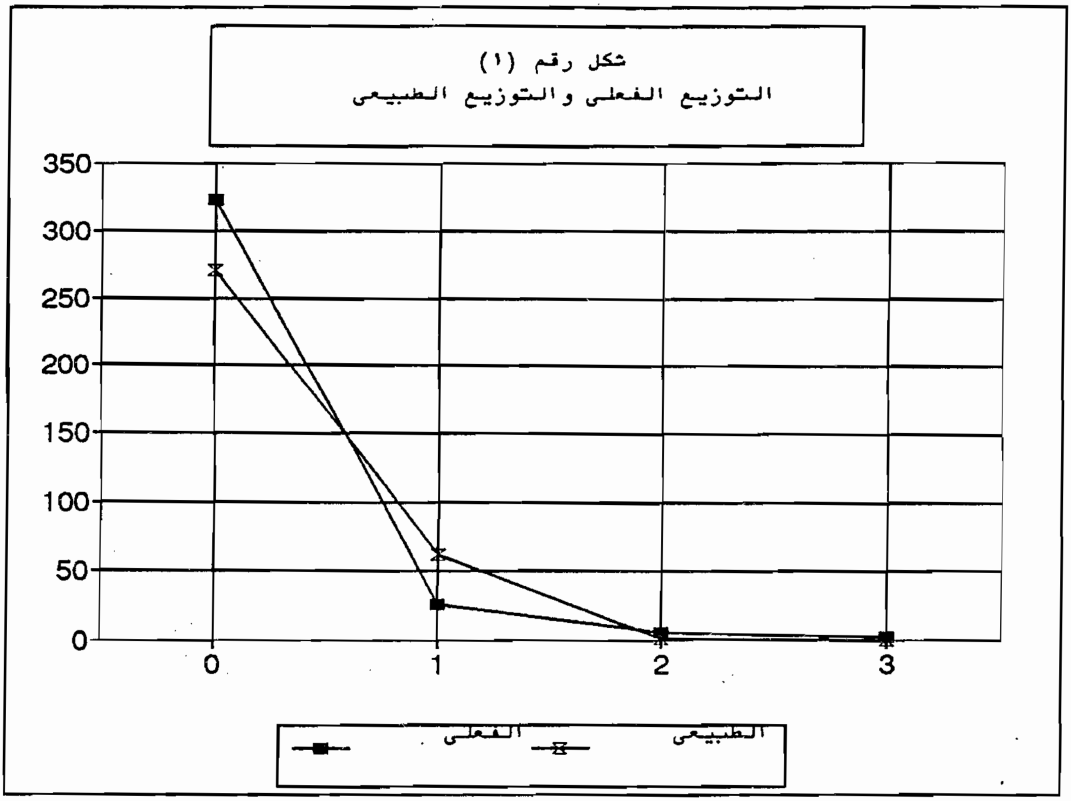
## ١ ـ اختبار ملائمة نموذج اللاتوزيع لتقدير عدد الحوادث

استخدمت البيانات المتاحه لمقارنة التوزيع التكرارى الفعلى بالتوزيع التكرارى المتوقع السابق ايجاده ، و يوضح الجدول التالى نتائج هذه المقارنه :

جدول مقارنة التوزيعين الفعلى والمتوقع
وفقا لنموذج اللاتوزيع

| الفئه | التكرار الفعلى | التكرار المتوقع | كا$^{٢}$ |
|---|---|---|---|
| ٠ | ٣٢٣ | ٢٧٠,٨٠٩ | ١٠,٠٥٨٤ |
| ١ | ٣٦ | ٦١,٩٧٩ | ٢٠,٨٨٥٩ |
| ٢ـ | ٧ | ٢٣,٢١٢ | ١١,٣٢٣٠ |
| | ٣٥٦ | ٣٥٦,٠٠٠ | ٤٢,٢٦٦٣ |

كما يوضح الشكل رقم (١) التمثيل البيانى لهذه القيم .


شكل رقم (١)
التوزيع الفعلى والتوزيع الطبيعى
350
300
250
200
150
100
50
0
0
1
2
3
الفعلى
الطبيعى

٢ - اختبار ملائمة النموذج البواسونى لتقدير عدد الحوادث

من البيانات الفعليه تبين ما يلى :

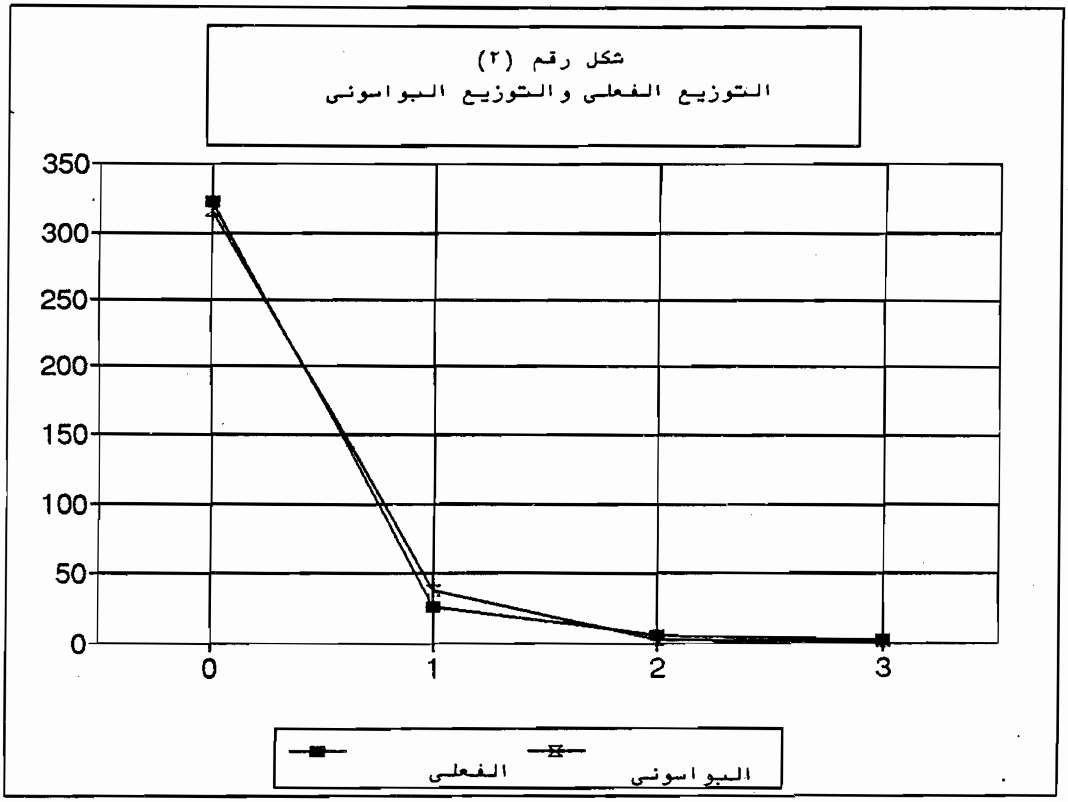
| | |
|---|---|
| القيمه المتوقعه | = ,١١٧٩٧٧٥٢٨ |
| التباين بالنسبه لـ n | = ,١٦٥٨٥٨٣٠٠ |
| الانحراف المعيارى بالنسبه لـ ن | = ,٤٠٧٢٥٤٩٣٧ |
| التباين بالنسبه لـ ن-١ | = ,١٦٦٣٢٧٨٥٠ |
| الانحراف المعيارى بالنسبه لـ ن-١ | = ,٤٠٧٨٢٨١٣٢ |

و قد استخدمت هذه البيانات لمقارنة التوزيع التكرارى الفعلى بالتوزيع التكرارى المتوقع السابق ايجاده ، و يوضح الجدول التالى نتائج هذه المقارنه :

جدول مقارنة التوزيعين الفعلى والمتوقع
وفقا لنموذج التوزيع البواسونى

| الفئه | التكرار الفعلى | التكرار المتوقع | كا $^{٢}$ |
|---|---|---|---|
| ٠ | ٣٢٣ | ٣١٦,٣٨٣ | ٠,١٣٨٤ |
| ١ | ٢٦ | ٣٧,٣٢٦ | ٣,٤٣٦٧ |
| ٢- | ٧ | ٢,٢٩٢ | ٩,٦٧١٠ |
| | ٣٥٦ | ٣٥٦,٠٠٠ | ١٣,٢٤٦٠ |

كما يوضح الشكل رقم (٢) التمثيل البيانى لهذه القيم .




شكل رقم (٢)
التوزيع الفعلى والتوزيع البواسونى

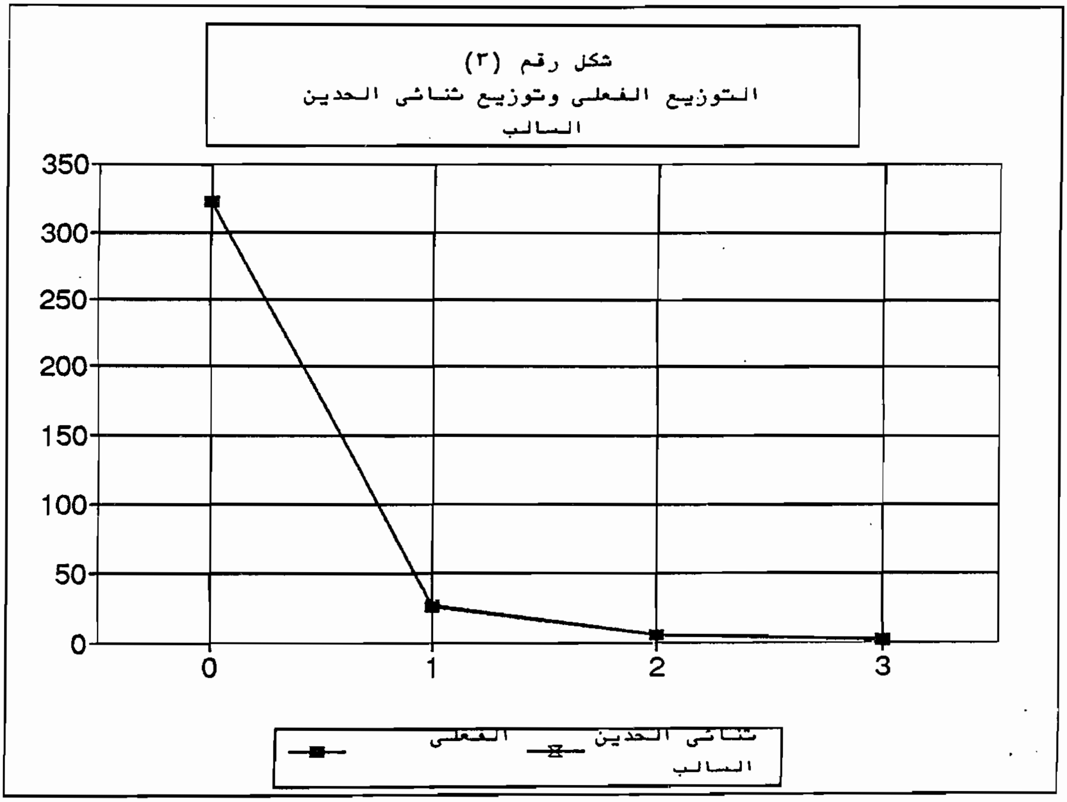
٣ ـ اختبار ملائمة نموذج ثنائى الحدين السالب لتقدير عدد الحوادث

استخدمت البيانات المتاحه لمقارنة التوزيع التكرارى الفعلى بالتوزيع التكرارى المتوقع السابق ايجاده ، و يوضح الجدول التالى نتائج هذه المقارنه :

جدول مقارنة التوزيعين الفعلى والمتوقع
وفقا لنموذج توزيع ثنائى الحدين السالب

| الفئه | التكرار الفعلى | التكرار المتوقع | $كا^{٢}$ |
|---|---|---|---|
| ٠ | ٣٢٣ | ٣٢٢,٤٨٥ | ٠,٠٠٠٨ |
| ١ | ٢٦ | ٢٧,٠٠٣ | ٠,٠٣٧٣ |
| ٢ـ | ٧ | ٦,٥١٢ | ٠,٠٣٦٦ |
| | ٣٥٦ | ٣٥٦,٠٠٠ | ٠,٠٧٤٧ |

كما يوضح الشكل رقم (٣) التمثيل البيانى لهذه القيم .


شكل رقم (٣)
التوزيع الفعلى وتوزيع ثنائى الحدين السالب
350
300
250
200
150
100
50
0
0
1
2
3
الفعلى
ثنائى الحدين السالب

## النتائج و التوصيات

نود ان ننبه فى البدايه الى انه لا يمكن الجزم بسلامة او عدم سلامة تطبيق نموذج معين بصفه مطلقه ، و انما يلزم اختبار هذا النموذج فى ظل الظروف و الملابسات الخاصه بالحاله موضع البحث. و يأتى فى مقدمة العوامل التى تدفع الى اختيار نموذج معين دون غيره طبيعة المتغير المبحوث .

و بمقارنة النماذج الثلاثه المقدمه بتطبيق اختبار كا٢ وبالنظر الى الاشكال البيانية السابقة وجد ان نموذج توزيع ثنائى الحدين السالب يبدو اكثر هذه التوزيعات ملائمة للبيانات المتاحه ، حيث ان قيمة كا٢ تكون اقل ما يمكن من ناحية وغير معنوية من الناحية الأخرى وهو الأهم .

و بناء على هذه النتيجه نوصى بأستخدام نموذج التوزيع ثنائى الحدين السالب لتقدير عدد حوادث الحريق بمحطات وقود السيارات بدولة الكويت ، كما نوصى بمواصلة البحث لتحديد النموذج الاحصائى لتقدير قيمة الخساره ، و بأستخدام هذا النموذج الاخير بلاضافه الى النموذج المقترح لتقدير عدد الحوادث يمكن تقدير اجمالى الخساره .

## مراجع البحث

### اولا : المراجع العربية :

(١) حربى ، جلال عبد الحليم ، " اتخاذ قرار التامين التجارى او الذاتى فى محطات الوقود الكويتيه " ، مجلة الاداره و المحاسبه و التامين ، كلية التجاره - جامعة القاهره ، العدد ٣١ ، سنة ١٩٩١.

### ثانيا : المراجع الأجنبية :

2) Anderson , Hans ,"An Analysis of the Development of the Fire Loss in the Northern Countries After the Second World War ", The Astin Bulletin ,6 , 1971 .Bletin ,6 ,1971 .

3) Buhlmann ,Hans ," A Distribution Free Method for General Risk Problems" , The Astin Bulletin , 3 , 1964 .

4) Carlson ,T., " Negative Binomial Rationale ", Proceedings of the Casuality Acturarial Society , 49, 1962, pp.177-183 .

5) James, L.Konkel ,"Introductory Statistics for Management and Economices", Prindle Weber & Shmidt , Boston , Massochusetts , 1981 , pp. 445 - 450 .

6) Morgan , Ibrahim M. , "Credibility Theory Under The Collective Risk Model" , University of Wisconsin - Madison, WI , USA , 1983 .

7) Morris , H.,DeGroot ,"Optimal Statistical Decisions ", McGraw_Hill Book Company ,New York , St. Louis , 1970 ,p.36.

8) Norman, L.,Johnson , & Samuel , Katz ," Distributions in Statistics : Continuous Univariate Distributions - 1 " , Houghton Mifflin Company ,Boston, New York ,Atlanta ,1970 .

9) Norman, L.,Johnson , & Samuel , Katz ," Distributions in Statistics : Continuous Univariate Distributions - 2 " , Houghton Mifflin Company ,Boston, New York ,Atlanta ,1970 .

10) Norman, L.,Johnson , & Samuel , Katz ," Distributions in Statistics : Discrete Distributions " , Houghton Mifflin Company ,Boston, New York ,Atlanta ,1969 .

11) Norman, L.,Johnson , & Samuel , Katz ," Distributions in Statistics : Continuous Multivariate Distributions " , John Wiley & Sons Inc.,New York ,London ,Sydney ,Toronto,1972 .

12) Ramachandran , G., " The Poission Process and Fire Loss Distribution ", 77th Session of the International Statistical Institute , London , September 1969 .

13) Taha ,Hamdy A., "Operations Research " , 2nd ed. , Macmillan Publishing Co. Inc. , New York , 1976 ,pp.457-460.