استخدام اسلوب البوتستراب في تحسين تقديرات توزيعات الخسارة في تأمينات الممتلكات - والمسئوليات

دكتورة

مها محمد زكي علي

مدرس بكلية التجارة – جامعة الأزهر

maha_zaki2003@yahoo.com

ملخص:

توزيع الخسارة هو التوزيع الاحتمالي للمبلغ الواجب دفعه للمؤمن له عن الضرر. ويجب على الاكتواريين قياس وفهم توزيع الخسارة في التأمين من أجل إدارة المخاطر بشكل أفضل. تعتمد المنهجية الاكتوارية التقليدية بشكل كبير على استخدام الأساليب المعلمية، والتي توفق توزيعات الخسائر على البيانات المدروسة. إلا أن هذه المنهجيات التقليدية بها نقاط ضعف معينة. يمكن تلخيص نقاط الضعف هذه على أن مصدرها هو أن الطرق المعلمية تكون على الأغلب غير ملائمة للبيانات الصغيرة او التي ليس لها توزيع معلوم. البوتستراب هو نموذج متعدد الاستعمالات ومن السهل نسبيا استخدامه، ويمكن استخدامه في تحسين تقدير توزيعات الخسارة في التأمينات العامة.

تناقش في هذا البحث تطبيق طريقة حديثة للإحصاء اللامعلمي (البوتستراب) لنمذجة توزيعات الخسارة. يستهل البحث بشرح مفهوم البوتستراب والأساس الرياضي الذي يقوم عليه والتطبيقات الأساسية للبوتستراب. تم تطبيق أسلوب البوتستراب على بيانات التعويضات المسددة في فرع السيارات - التكميلي. كما تمت مناقشة كيفية تطبيق أسلوب البوتستراب في حالة التحملات أو وضع حدود على الوثيقة.

Using the Bootstrap Method to Improve Estimates of the Loss Distributions in Property – Liability Insurance.

ABSTRACT:

Loss distribution is the probability distribution of the amount to be paid to the insured for the damage. Actuaries must measure and understand the loss distributions in insurance for better risk *management. Actuarial methodology relies heavily on the traditional use of parametric methods, which fit distributions losses on measured data. However, these traditional methodologies have certain weaknesses. We can summarize these weaknesses source that parametric methods are often inappropriate for small data or that have no known distribution. Bootstrap model is versatile and relatively easy to use, and can be used to improve the estimation of loss distributions in general insurance.*

In this paper, we discuss some applications of modern methods of nonparametric statistics (bootstrap) for modeling loss distributions. The research initiate with an explanation of the concept of bootstrap and the mathematical basis of it, and its basic applications. Bootstrap technique was applied to compensation paid in the supplementary motor insurance data. It was also discussed how to apply bootstrap in the case of deductibles or setting limits on the policy.

Keywords: *loss distributions توزيعات الخسارة, bootstrap method طريقة البوتستراب , property-liability insurance تأمين الممتلكات والمسئوليات , empirical function الدالة التجريبية>*

مقدمة :

اهتم الكثير من الباحثين في السنوات الماضية بالتوزيعات المعلمية، والتي تفترض أن العينة تأتي من مجتمع معين له عائلة معروفة من التوزيعات مثل العائلة الطبيعية (Gaussian) أو عائلة جاما (Gamma)، ثم العمل على تقدير المعالم المجهولة لتلك العوائل باستخدام طرق الإمكان الأعظم، أو العزوم، أو بيز، أو مربع كاي وغيرها من الطرق، أو عمل اختبارات أو اشتقاقات لحدود الثقة للمعالم المجهولة بالاعتماد على تلك العينة، لكن تلك الافتراضات المذكورة آنفا غالبا ما تكون متشددة لان التوزيع المعلمي المفترض لا يكون بالضرورة التوزيع الفعلي للمشكلة المراد حلها، إذ أن الافتراض الخطأ للتوزيع المعلمي للمشكلة المعطاة قد يؤدي بالطرق الإحصائية المستعملة إلى استنتاجات غير صحيحة وتقديرات غير متسقة، فضلا عن أن أي انحراف بسيط للبيانات سوف ينتج استدلالات مضللة وغير صحيحة، ومن ثم فإن البيانات من هذا النوع سوف لا يكون لها

عائلة معلمية ملائمة بحيث تعطي مواءمة جيدة. فالطرق المعلمية تكون على الأغلب غير ملائمة للبيانات الصغيرة او التي ليس لها توزيع معلوم.

تعد طريقة البوتستراب من طرق إعادة المعاينة (المعاينة بالإرجاع) الحديثة نسبيًا في الحصول على تنبؤات للبيانات التي تتصف بخواص وصفات معينة، فهي تحل الكثير من المشاكل التي تكتنف حالات خاصة تتضمن صغر حجم العينة ومن ثم عدم وضوح الرؤية بشأن التوزيع الإحتمالي الذي سحبت منه البيانات، ولذلك تعد طريقة البوتستراب بمثابة أداة إحصائية ضرورية لبناء التوزيع الإحتمالي في ظل محدودية كبيرة في المعلومات المتوافرة عنه.

الميزة في استخدام أسلوب البوتستراب في نوزيعات الخسارة هو أنه يمكن تفصيله على حسب الخصائص الإحصائية الموجودة في البيانات التي يتم تحليلها. والميزة الأخرى هو أن نموذج البوتستراب يمكنه عكس حقيقة أن توزيعات الخسارة في التأمين تكون بشكل عام ملتوية جهة اليمين "skewed to the right". فعملية معاينة البوتستراب لا تتطلب افتراضات عن التوزيع. بدلا من ذلك، ينعكس مستوى الالتواء في البيانات الأساسية أوتوماتيكيا إلى بيانات إعادة المعاينة. [Shapland, 2010].

مشكلة البحث:

عند تقدير شدة خسارة المطالبة لفرع ما من فروع تأمينات الممتلكات والمسئوليات، فإنه كان يتم عمل توزيع احتمالي لحجم الخسارة الفردية. ويتم هذا تقليديا عن طريق توفيق نماذج معلمية من عائلة ما من التوزيعات الاحتمالية المستمرة (Daykin , et al 1994; Hogg, et al 1984; Klugman, et al 1998) وفي حين أن هذا الأسلوب له مزايا عديدة ، إلا أنه قد يعاني في بعض الأحيان من بعض السلبيات الخطيرة والتي من أهمها:

- هل تناسب بيانات الخسارة أي من التوزيعات المتاحة ؟
- هل يناسب هذا الأسلوب بيانات الخسارة في حالة وضع حدود عليا على الخسائر أو في حالة أن الوثائق تخضع لتحملات؟
- هل يمكن إخضاع بيانات الخسارة لتوزيع واحد أم لتوزيع مختلط؟

غالبا ما يتم قطع البيانات من أسفل أو وضع حد لها من أعلى بسبب التحملات و / أو الحدود على الوثائق المختلفة. ووجود حد أعلى، إن لم يأخذ في الاعتبار، قد يضر على نحو خطير بجودة التوفيق للتوزيع المعلمي الموفق. كم أن إدخاله في النموذج غالبا ما يؤدي إلى خلق نموذج معقد للغاية من الصعب العمل معه.

وقد تأتي بيانات الخسارة من خليط من التوزيعات. أخيرا، فإنه قد يحدث أن البيانات ببساطة لا تناسب أي من التوزيعات المتاحة بطريقة مرضية.

وبالتالي، هناك العديد من الحالات المهمة من الناحية العملية لا يمكن استخدام الأسلوب التقليدي معها، ويجب أن نتجه إلى نماذج أخرى غير النماذج المعلمية. في هذا البحث نستخدم الأسلوب اللامعلمي لنمذجة الخسائر، حيث يتم استخدام طريقة البوتستراب أو طريقة إعادة المعاينة.

الهدف من البحث:

تهدف هذه الدراسة إلى إلقاء الضوء على طريقة حديثة من طرق الإحصاء اللامعلمي وتوضيح كيفية استخدامها في التنبؤ بمعالم توزيعات الخسارة في تأمينات الممتلكات والمسئوليات لتحديد أهم المتغيرات التى تؤثر على شكل التوزيع والتنبؤ بالقيم المستقبلية للخسائر لهذا القطاع الهام.

أهمية البحث:

تتمثل أهمية البحث فى النقاط التالية :

يعتبر قطاع التأمين من القطاعات كثيفة العمالة والتى تحقق معدل نمو إقتصادى كبير ذو أهمية اقتصادية واجتماعية واستراتيجية. وخدمات التأمين جزء هام ورئيسى من الخدمات المالية فهى المصدر الثانى لتعبئة المدخرات بعد القطاع المصرفى ومن ثم يقوم قطاع التأمين بدور كبير فى توفير رأس المال الموجه للأستثمار من خلال جذب المدخرات الوطنيه المتمثلة فى اقساط التامين.

ويعتبر تقدير توزيعات الخسارة في تأمينات الممتلكات والمسئولية ذو أهمية كبيرة لما يترتب عليها من قرارات أخرى مثل اتخاذ قرارات التسعير وقرارات التخصيص الأمثل لرأس المال وتحديد قيمة الاحتياطيات وأخيرا تحديد قيمة الفائض القابل للتوزيع. لذلك فلابد من الاسترشاد

بطرق احصائية مناسبة تعطي نتائج موثوق بها عند تقدير حجم الخسارة. وتتميز طريقة البوتستراب بأنها تحل الكثير من المشاكل التي تكتنف حالات خاصة تتضمن ضغر حجم العينة ومن ثم عدم وضوح الرؤية بشأن التوزيع الإحتمالي الذي سحبت منه البيانات.

حدود البحث

تقتصر هذه الدراسة على تأمين الممتلكات والمسئوليات.

منهج البحث

سوف يتبع البحث المنهج الاستقرائي التحليلي وذلك من خلال مراجعة الدراسات والبحوث التي أجريت في هذا الشأن والاطلاع على المراجع العلمية المتاحة، والتفسير والتحليل المقارن للوصول إلى استنتاجات عامة.

مصادر البيانات

تعتمد الدراسة التحليلية على استخدام بيانات شركات التأمين في السوق المصرية وذلك من خلال الكتاب الإحصائي السنوي عن نشاط سوق التأمين في مصر والذي تصدره الهيئة المصرية للرقابة علي التأمين، بجانب شبكة المعلومات الدولية والمراجع المتاحة في الموضوع.

الدراسات السابقة

في العلوم الاكتوارية، أصبحت البوتستراب كثيرة الاستخدام في عملية تقدير مخصصات الخسارة. فقد اقترح كل من [England, and Verrall. 1999, 2000] و [Pinheiro,et al 2001] استخدام أسلوب التسلسل السلمي chain ladder technique الأساسي لتربيع مثلث الخسائر المسددة، وتكرار ذلك عشوائيا على مدى عدد كبير من المحاولات. يولد النموذج توزيع للنواتج الممكنة بدلا من تقديرات التسلسل السلمي بنقطة، ومنه تقدم معلومات أكثر عن النتائج المحتملة.

ناقش [Derrig , et al 2001] تطبيقات بعض الطرق الحديثة للإحصاء اللامعلمي لنمذجة توزيعات الخسارة، وإمكانية استخدامها لنمذجة متغيرات الإدخال الأخرى من أجل التوصل إلى نموذج متكامل للشركة. تم تقديم عدة أمثلة على الاستدلال عن شدة الخسارة، مئينيات percentiles توزيعات الخسارة وغيرها من الكميات ذات الصلة بناء على البيانات التي تم تسويتها باستخدام المتوسطات المتحركة، وتم

تقدير البوتستراب للخطأ المعياري وفترات الثقة للبوتستراب. تم أيضا الأخذ في الاعتبار تعديل النموذج من أجل التضخم وأساليب البوتستراب المبنية على مقدر Kaplan–Meier estimator ، والتي تكون مفيدة في وجود حدود عليا على الوثائق.

ودرس [Ostaszewski , et al 2000] تطبيق البوتستراب على مثالين ناشئين عن مشاكل النمذجة الاكتوارية في تقدير الوفيات، ونموذج الأصول والخصوم.

أوضح [Vilar, et al 2009] استخدام الاسلوب اللامعلمي لعمل استنتاجات عن نماذج الخسارة التجميعية في إطار التأمين. تم اقتراح منهجية جديدة مبنية على مقدرات لامعلمية لدوال الكثافة الاحتمالية مع البيانات المبتورة، حيث تم استخدام محاكاة مونت كارلو مع إعادة معاينة البوتستراب. الطريقة المطورة تكون مفيدة في التوصل إلى أفضل استراتيجية في اتخاذ القرارات المتعلقة بمشاكل التأمين.

هيكل البحث

الفصل الأول: مفهوم ومنهجية البوتستراب في الإحصاء.

الفصل الثاني: تطبيق أسوب البوتستراب على بيانات التعويضات المسددة في فرع السيارات التكميلي.

الفصل الثالث: كيفية تطبيق أسوب البوتستراب في حالة التحملات أو وضع حدود على الوثيقة.

الخلاصة والتوصيات.

الملحق.

الفصل الأول
مفهوم ومنهجية البوتستراب في الإحصاء
The Concept and Methodology of Bootstrap in Statistics

تعتبر طريقة البوتستراب من طرق الإحصاء اللامعلمي، قدمها (B..Efron 1979) الفكرة الأساسية هي أخذ عينة واحدة واستخدامها للوصول إلى العديد من العينات الآخرى من خلال إعادة المعاينة. وتشمل استراتيجيته الأساسية على مضاعفة العينة الأصلية ثم محاولة معالجة العينة الموسعة التي نتجت من هذه العملية حيث تعامل على أنها مجتمع افتراضي virtual population. ثم يتم سحب عينات مع

الإرجاع من هذا المجتمع للتحقق من المقدرات التي تم حسابها. وسوف نحاول توضيح الطريقة والغرض منها بأسلوب مبسط. تتمثل المهمة الأساسية للإحصائيين في تلخيص عينة الدراسة وتعميم النتائج غلى المجتمع المدروس بطريقة علمية. المصطلح الفني للعدد الذي يمثل ملخص العينة هو إحصاء العينة sample statistic. بعض إحصاءات العينة الأساسية هي متوسط العينة، وسيط العينة، الانحراف المعياري للعينة وما إلى ذلك. وهذه الاحصاءات بالطبع، سوف تتغير من عينة إلى عينة وسوف يرغب الإحصائي في معرفة حجم هذه التقلبات حول معلمة المجتمع المناظرة بشكل عام، ثم يتم استخدامها في تقييم هامش من الأخطاء. يتم تقديم الصورة بالكامل من جميع القيم الممكنة لإحصاءات العينة في شكل توزيع احتمالي يسمى توزيع المعاينة.

لفهم طريقة البوتستراب، لنفترض أنه من الممكن سحب عينات متكررة (من نفس الحجم) من المجتمع المعني، عدد كبير من المرات. من ثم، نستطيع الحصول على فكرة جيدة إلى حد ما حول توزيع المعاينة لإحصاءة معينة من مجموعة من قيمها الناشئة عن هذه العينات المتكررة. ولكن، هذا لا معنى له لأنه سيكون مكلف ويهدم الغرض من الدراسة باستخدام العينة. فالغرض من الدراسة باستخدام العينة هو الحصول على المعلومات بتكلفة زهيدة وفي الوقت المناسب. الفكرة وراء البوتستراب هي استخدام البيانات من عينة الدراسة التي في متناول اليد على أنها "مجتمع بديل surrogate population"، وذلك لغرض تقريب توزيع المعاينة للإحصاءة، أي لإعادة المعاينة (مع الإرجاع) من بيانات العينة التي في متناول اليد وإنشاء عدد كبير من "العينات الوهمية" المعروفة باسم عينات البوتستراب. ثم يتم حساب ملخص العينة لكل من عينات البوتستراب (عادة بضعة آلاف). والمدرج التكراري لمجموعة هذه القيم المحسوبة يشار إليه على أنه توزيع البوتستراب للإحصاءة.

الأسلوب الرياضي

بافتراض أن معلمة المجتمع هي θ. نسحب عينة عشوائية حجمها n ومفرداتها هي $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$. بافتراض أن إحصاءة العينة المناظرة والمحسوبة من هذه البيانات هي $\hat{\theta}$. بالنسبة لمعظم إحصاءات العينة، توزيع المعاينة لـ $\hat{\theta}$ لحجم غينة كبير هو الطبيعي مع متوسط θ وانحراف

معياري $(a/\sqrt{n})$ حيث إن الرقم الموجب a يعتمد على المجتمع ونوع الإحصاءة $\hat{\theta}$ وهذه هي نظرية النهاية المركزية. وغالبا ما توجد تعقيدات فنية خطيرة في تقريب الانحراف المعياري المطلوب من البيانات. توفر البوتستراب المخرج.

بفرض أن $\hat{\theta}_B$ هي كمية عشوائية تمثل نفس الإحصاة المحسوبة من عينة البوتستراب المسحوبة من $(X_1,X_2,...,X_n)$. ما الذي يمكننا قوله عن توزيع المعاينة لـ $\hat{\theta}_B$ (فيما يتعلق بكل عينات البوتستراب)، حيث تبقى العينة الأصلية $(X_1,X_2,...,X_n)$ ثابتة؟ عندما $(n \to \infty)$ يكون توزيع المعاينة لـ $\hat{\theta}_B$ طبيعيا أيضا مع كون $\hat{\theta}$ هي المركز ونفس الانحراف المعياري $(a/\sqrt{n})$.

على سبيل المثال، إذا كانت $\theta = \mu$ متوسط المجتمع،

و $\hat{\theta} = \overline{X}$ متوسط العينة،

σ = الانحراف المعياري للمجتمع،

S= الانحراف المعياري للعينة محسوب من البيانات الأصلية

S_B = الانحراف المعياري للعينة محسوب من عينة البوتستراب. من ثم يكون توزيع المعاينة هو

$$(\overline{X}-\mu)/SE$$

مع $SE = \sigma/\sqrt{n}$، سوف يقرب باستخدام توزيع البوتستراب لـ:

$$(\overline{X}_B - \overline{X})/S\hat{E}$$

مع $\overline{X}_B$ = متوسط عينة البوتستراب،

و: $S\hat{E} = s/\sqrt{n}$

بالمثل، توزيع المعاينة لـ $(\overline{X}-\mu)/S\hat{E}$ مع $S\hat{E} = s/\sqrt{n}$ ، سيتم تقريبه بتوزيع البوتستراب لـ $(\overline{X}_B - \overline{X})/SE_B$ مع $SE_B = s_B/\sqrt{n}$.

التطبيقات الأساسية للبوتستراب

١- تقريب الخطأ المعياري لتقدير العينة

Approximating Standard Error of a Sample Estimate

من أجل تقدير الخطا المعياري لـ $\hat{\theta}$ ، نستخدم أسلوب البوتستراب المبسط التالي:

نحسب $(\theta_1^*,\theta_2^*,...,\theta_N^*)$ بنفس المعادلة التي استخدمناها لحساب $\hat{\theta}$ ، لكن الآن نبنيها على N عينات البوتستراب المختلفة (كل من حجم n) . ثم نحسب

$$SE_B(\hat{\theta}) = [(1/N)\sum_{i=1}^{N}(\theta_i^* - \hat{\theta})^2]^{1/2}$$

الإحصاءة المستخدمة أكثر في أسلوب البوتستراب هي:

$\hat{\theta}$ = وسيط العينة the sample median.

٢- فترات الثقة للبوتستراب

Bootstrap Confidence Intervals :

طريقة مئينيات البوتستراب

بفرض أن لينا 1000 من قيم $\hat{\theta}$ محسوبة من عينات البوتستراب، نرمز لها بـ $(\theta_1^*,\theta_2^*,...,\theta_{1000}^*)$. بعد ترتيبها من الأصغر للأكبر، تكون فترة الثقة للبوتستراب عند درجة ثقة 95% هي

$[\theta^*_{(25)},\theta^*_{(975)}]$ [Hall. P. ,1988]

الفصل الثاني

تطبيق أسوب البوتستراب على بيانات التعويضات المسددة في فرع السيارات التكميلي

باستخدام سلسلة من بيانات التعويضات المسددة في فرع السيارات التكميلي في الفترة من 2000/2001 حتى 2011/2012 (ملحق ١) سوف نوضح مزايا تطبيق أسلوب البوتستراب لنمذجة الخسارة. المشكلة التي نريد معالجتها تتمثل في: بافتراض ان جميع الخسائر المسجلة تأتي من توزيع واحد غير معلوم F ، ونريد أن نستخدم البيانات للحصول على تقريب جيد للتوزيع F ومعالمه المختلفة.

يعتمد الأسلوب التقليدي على التوزيعات النظرية، والتي تتطلب افتراضات قوية حول كل من العينة والمجتمع. مثلا، من الممكن افتراض أن البيانات تتبع التوزيع الطبيعي ونحسب منه المقاييس الإحصائية المختلفة.

إن المشكلة التي يقوم عليها البحث هو أن السلسلة الزمنية قصيرة جدا وليس من السهل معرفة التوزيع الاحتمالي الذي تخضع له ومن ثم من الصعب إستخدام الطرق التقليدية في عملية التقدير.

باعتبار حالة سحب عينة عشوائية من حجم n من توزيع احتمالي غير محدد، F. الخطوات الأساسية في إجراء البوتستراب هي:

<u>الخطوة ١:</u> بناء التوزيع الاحتمالي التجريبي، F_n ، من العينة عن طريق وضع احتمال (1/n) في كل نقطة من العينة $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$. هذه هي دالة التوزيع التجريبية للعينة، وهو تقدير

الإمكان الأعظم اللامعلمي لتوزيع المجتمع، F.

فإذا كانت $(x_1, \ldots, x_n)$ متغيرات عشوائية ذات توزيع متماثل، من ثم تعرف دالة التوزيع التجريبية كما يلي:

$$F_n(x)=\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} I(X_i \le x), \qquad -\infty < x < \infty$$

حيث I هي دالة مؤشر

$$\left[\ I = \begin{cases} 1 & \text{if } (X_i \le x) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}\ \right]$$

الخطوة٢: من دالة التوزيع التجريبية، F_n، نسحب عينة عشوائية من حجم n مع الارجاع. وهذا هو إعادة المعاينة.

الخطوة٣: حساب الإحصاءة المعنية، $\widehat{\theta}_n$ من إعادة المعاينة هذه، مما ينتج θ_n^*.

الخطوة ٤: نكرر الخطوتين ٢ و ٣ عدد B مرة، حيث B هو عدد كبير، من أجل خلق عدد مرات إعادة معاينة تساوي B. عادة، B يساوي على الأقل 1000 عندما يكون تقدير فترة الثقة حول $\widehat{\theta}_n$ مطلوبا.

الخطوة ٥: بناء المدرج التكراري النسبي من عدد B من θ_n^* من خلال وضع احتمال (1/B) في كل نقطة من $(\theta_n^{*1}, \theta_n^{*2}, \ldots, \theta_n^{*B})$، التوزيع الذي تم التوصل إليه هو تقدير البوتستراب للتوزيع العيني لـ $\widehat{\theta}_n$. يمكن استخدام هذا التوزيع الآن لعمل استنتاجات حول المعلمة θ، والذي يجب أن يقدر عن طريق $\widehat{\theta}_n$.

الخطوة ٦: حساب الخطأ المعياري وفترة الثقة.

التطبيق العملي على بيانات الدراسة

باستخدام البرنامج الإحصائي R تم إدخال بيانات التعويضات المسددة في فرع السيارات التكميلي (ملحق ٢). يمكن تلخيص النتائج كما هو في الجدول التالي:

جدول (١): ملخص لنتائج برنامج R

Parameter	Estimation	
Median	177636.5	
Standard error	74858.41	
Quantile (.25,.975)	105065 , 317369	
95% confidence interval	Normal	23623, 326509
	Basic	37904, 274397

المصدر: إعداد الباحث

يوضح هذا الجدول حساب الوسيط لبيانات العينة (نستخدم الوسيط لأن البوتستراب يطبق بشكل أكثر إفادة على إحصاءات مثل الوسيط، عندما لا يكون التوزيع طبيعيا)، وأن استخدام أسلوب البوتستراب أدى إلى تخفيض مقدار الخطأ المعياري لقيمة الإحصاءة وكذلك تضييق فترة الثقة مما يدل على دقة أكبر وتنبؤات يمكن الوثوق بها.

عند حساب فترة ثقة 95% - ومن أجل المقارنة- تم الحساب كما يلي:

١- افتراض أن توزيع المعاينة هو التوزيع الطبيعي Normal

٢- افتراض أن توزيع المعاينة غير محدد Basic

الفصل الثالث
كيفية تطبيق أسوب البوتستراب في حالة التحملات أو وضع حدود على الوثيقة.

يمكن استخدام البوتستراب لتقدير توزيعات الخسارة في حالة البيانات التي لها حد أعلي أو التي تخضع لتحمل.

قد يحدث في بعض الأحيان، لأسباب مختلفة، أن لا يتم ملاحظة المتغير العشوائي X_i بالكامل بسبب وجود بتر أيسر أو حد أعلى أيمن [Vilar, et al 2009] . ويتسبب البتر الأيسر في استحالة مراقبة حجم المطالبة المقابلة بسبب وجود التحملات. رياضيا، البتر من اليسار يمكن أن يتم نمذجته كما يلي:

$Y_{ij} \leq T_{ij}$، ولا يمكن ملاحظته، حيث يدل T_{ij}على متغير الاقتطاع (البتر). من ناحية أخرى، قد يظهر حد أعلى أيمن أيضا، مما يعني أن

حجم المطالبة الفردية غير معروف إذا كان أكبر من المتغير الذي يمثل الحد الأعلى المفروض، نرمز له بـ C_{ij} ، فيمكننا أن نلاحظ فقط المتغير العشوائي:

$$X_{ij} = \min (Y_{ij} , C_{ij})$$

باختصار، تعطى كل مطالبة تم ملاحظها:

$(X_{ij}, T_{ij}, \delta_{ij})$ إذا كانت :

$$T_{ij} \leq X_{ij}$$

حيث:

$$X_{ij} = \min \{Y_{ij} , C_{ij}\}$$

و $\delta_{ij} = I(Y_{ij} \leq C_{ij})$ هو متغير عشوائي مؤشر لوجود حد أعلى مفروض.

في هذا السياق، فإن الهدف من عملنا هو توفيق نموذج احتمالي للمتغير العشوائي مبلغ المطالبة الكلية خلال فترة زمنية محددة.

ونحن نرغب في تقدير دالة الكثافة والمقاييس الإحصائية مثل الوسط الحسابي والوسيط والانحراف المعياري، والربيعيات quantiles، وفترات الثقة لهم. باستخدام النتائج التي تم الحصول عليها من هذا التحليل، فإننا سوف نكون قادرين على استكشاف استراتيجيات التأمين المختلفة واتخاذ القرارات بين البدائل المختلفة.

يمكن الحصول على هذا المقدر من العملية التالية للمقدر التجريبي للدالة:

$$Ci(z) = P (Ti \leq z \leq Xi \mid Ti \leq Xi)$$

من ثم يكون شكل دالة التوزيع التجريبية في حالة البيانات المبتورة:

$$C_i(z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(T_i \leq z \leq X_i)$$

[Tsay, et al 1987]

نستخدم خوارزمية بوتستراب مماثلة مع بعض الصعوبة المضافة إليها نتيجة إعادة المعاينة من بيانات مبتورة و / أو لها حد أعلى وبالتالي، فإن الخوارزمية الجديدة هي إحلال دالة التوزيع التجريبية للبيانات العادية في الخطوة 2 بدالة التوزيع التجريبية للبيانات المبتورة. ونطبق بقية الخطوات كما سبق.

الخلاصة والتوصيات

تعد طريقة البوتستراب من طرق إعادة المعاينة (المعاينة بالإرجاع) الحديثة نسبيًا في الحصول على تنبؤات للبيانات التي تتصف بخواص وصفات معينة، فهي تحل الكثير من المشاكل التي تكتنف حالات خاصة تتضمن

صغر حجم العينة ومن ثم عدم وضوح الرؤية بشأن التوزيع الإحتمالي الذي سحبت منه البيانات.

تهدف هذه الدراسة إلى إلقاء الضوء على طريقة حديثة من طرق الإحصاء اللامعلمي وتوضيح كيفية استخدامها في التنبؤ بمعالم توزيعات الخسارة في تأمينات الممتلكات والمسئوليات لتحديد أهم المتغيرات التى تؤثر على شكل التوزيع والتنبؤ بالقيم المستقبلية للخسائر لهذا القطاع الهام. اشتملت هذه الدراسة على ثلاثة فصول إضافة إلى الملحق. تناول الفصل الأول مفهوم ومنهجية البوتستراب في الإحصاء. تم شرح مفهوم البوتستراب والأساس الرياضي الذي تقوم عليه والتطبيقات الأساسية للبوتستراب من تقريب الخطأ المعياري لتقدير العينة وفترات الثقة للبوتستراب وكذلك الخطوات الأساسية في إجراء البوتستراب.

استعرض الفصل الثاني تطبيق أسوب البوتستراب على بيانات التعويضات المسددة في فرع السيارات التكميلي باستخدام سلسلة من بيانات في الفترة من 2000/2001 حتى 2011/2012.

ناقش الفصل الثالث كيفية تطبيق أسوب البوتستراب في حالة التحملات أو وضع حدود على الوثيقة.

وخلصت الدراسة إلى مجموعة من النتائج والتوصيات نذكر منها ما يلي :

١- تعد طريقة البوتستراب بمثابة أداة إحصائية ضرورية لبناء توزيع إحتمالي في ظل محدودية المعلومات المتوافرة عنه.

٢- يمكن أنشاء نموذج البوتستراب لتوزيعات الخسارة على حسب الخصائص الإحصائية الموجودة في البيانات التي يتم تحليلها.

٣- استخدام أسلوب البوتستراب أدى إلى تخفيض مقدار الخطأ المعياري لقيمة الإحصاءة المستخدمة وكذلك تضييق فترة الثقة مما يدل على دقة أكبر وتنبؤات يمكن الوثوق بها

يوصي الباحث بما يأتي:

١. توسيع تطبيقات طريقة البوتستراب وتسليط الضوء على فاعلية هذه الطريقة في التنبؤ بالمستقبل في ظل محدودية المعلومات حول توزيع المعاينة وصغر حجم العينة.

٢. أن تعمل شركات التأمين على عقد دورات تدريبية من أجل تنمية قدرات العاملين وتطوير مهاراتهم ومعارفهم في استخدام الطرق والأساليب الإحصائية الجديدة.

المراجع (REFRANCE)

1. Burnecki, K., Kukla, G. & Weron, R. (2000), '***Property insurance loss distributions***', Physica A 287, 269–278.
2. Burnecki, K., Misiorek, A. & Weron, R. (2005), ***Loss distributions***, in P. Cizek, W. H¨ardle & R. Weron, eds, 'Statistical Tools for Finance and Insurance', Springer, Berlin.
3. Daykin, Chris D., Teivo Pentikainen, and Martti Pesonen (1994), ***Practical Risk Theory for Actuaries***, London: Chapman and Hall.
4. Derrig , Richard A., Krzystof M. Ostaszewski, and Grzegorz A. Rempala (2001), "***Applications of Resampling Methods in Actuarial Practice***", Proceedings of the Casualty Actuarial Society, 322-365.
5. Dutang , Christophe, Nhan Nguyen and Phuong Nguyen (2007 - 2008), "***Bootstrap***", 3_eme ann_ee ISFA, 1-19.
6. Efron, Bradley (1979), "***Bootstrap: Another Look at Jackknife***" Annals of Statistics 7, 1, pp. 1–26.
7. England, Peter D. and Richard J. Verrall (1999), ***Analytic and Bootstrap Estimates of Prediction Errors in Claims Reserving***, *Insurance: Mathematics and Economics*, 25: 281-293.
8. England, Peter D. and Richard J. Verrall (2002), ***Stochastic Claims Reserving in General Insurance***, *British Actuarial Journal*, 8-3: 443-544.
9. *Hall. P. (1988),* ***Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals*** *(with*

discussions), Ann. Stat., 16, 927-953.

10. Hogg, Robert V. and Stuart A. Klugman (1984), ***Loss Distributions***, New York: John Wiley & Sons, Inc.
http://www.ats.ucla.edu/stat/r/library/
11. Klugman, Stuart A., Harry H. Panjer, and Gordon E. Willmot (1998), ***Loss Models: From Data to Decisions***, New York: John Wiley & Sons, Inc.
12. Ostaszewski ,Krzysztof and Grzegorz A. Rempala (2000), "***Parametric and Nonparametric Bootstrap in Actuarial Practice***", University of Louisville.
13. Pinheiro, Paulo J. R., João Manuel Andrade e Silva and Maria de Lourdes Centeno (2001), ***Bootstrap Methodology in Claim Reserving***, *ASTIN Colloquium*: 1-13.
14. R Library: **Introduction to bootstrapping,**
15. Shapland, Mark R. and Jessica Leong (2010), " ***Bootstrap Modeling: Beyond the Basics***", The Institute of Actuaries of Australia.
16. Singh ,Kesar and Minge Xie, " ***Bootstrap: A Statistical Method***", *www.stat.rutgers.edu/~mxie/rcpapers/bootstrap.pdf*
17. Tsay, W.Y., Jewell, N.P. y Wang, M.C. (1987), "***A note on the product limit estimator under rightcensoring and left truncation***", Biometrika, 74, 883-886.
18. Vilar , J. M., R. Cao, M. C. Ausín and C. González-Fragueiro (2009), "***Nonparametric analysis of aggregate loss models***", Journal of Applied Statistics,Volume 36, Issue 2,149-166.