استعمال معادلة الكمية الاقتصادية للطلب عندما يكون التنبؤ بالطلب غير مؤكد

دكتوره نجله حسين مرتجى
كلية التجارة وادارة الأعمال - جامعة حلوان

مقدمــــة :

ان معادلة الكمية الاقتصادية للطلب تفترض ان الطلب موءكد الحـــدوث ـ ولا تصلح للاستخدام فى حالة الطلب الغير موءكد الحدوث ـ وفى الواقـــــع العملى تكون الحالة الغالبة فى بعض منشآت الاعمال ان الطلب على المخـــزون غير موءكد الحدوث ـ لهذا قامت الباحثة بمحاولة استخدام معادلة الكميــــة الاقتصادية للطلب فى حالة الطلب الغير موءكد الحدوث ـ ومن ثم يمكـــــن استخدامها كذلك فى الوصول الى نقطة اعادة الطلب ـ بطريقة تقريبيـــة ٠

ولن تتعرض الباحثة بالتفصيل لشرح الجزء النظرى لاهمية المخزون كأصـــل استراتيجى ـ وخواص نظم المخزون التى توءثر على كمية وحجم المنصرف منـــه ـ وكذلك معدل الصرف والوارد ـ والتكاليف الثلاث الهامة من تكاليف الاحتفـاظ بالمخزون ـ وتكاليف نفاد الطلب ـ وتكاليف الطلب ، ذلك لأن هنــــاك العديد من المراجع (1) التى تناولت هذا الموضوع بالشرح والتفسير والتحليل ٠

وستقوم الباحثة فى المبحث الاول باستعراض موجز لثلاث نماذج من المخـزون ويشمل النموذج الاول الموازنة بين تكلفة الاحتفاظ بالمخزون وتكلفة الطلـــب ـ اما النموذج الثانى فيشمل تكلفة الاحتفاظ والنفاد للمخزون مع تكلفة الطلـــب ـ ويتعرض النموذج الثالث لتأثير خصم الكميـــة ٠

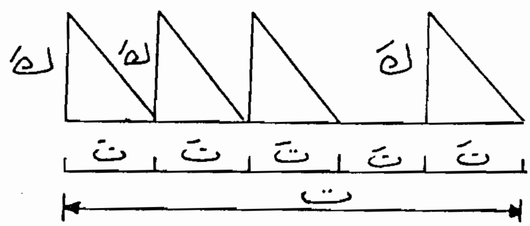
وسيتعرض المبحث الثانى لنقطة اعادة الطلب وعلاقتها بمعدل النفاد للمخزون وبذلك نصل الى المبحث الثالث ـ وهو الهدف من البحث ـ والذى ســـــوف يتناول استعمال معادلة كمية الطلب الامثل للمخزون عندما يكون التنبوء بالطلـــب غير موءكد وفى نفس الوقت كيفية استخدام معادلة كمية الطلب الامثل للمخـــزون فى حساب نقطة الطلب ٠

المبحث الاول

بعض نمـــاذج المخـزون

النموذج الاول : الموازنة بين تكلفة الاحتفاظ بالمخزون وتكلفة الطلب .

فى هذا النموذج الذى يمثله شكل (١) نفترض أن :



شكل (١)

و ح = تكلفة الاحتفاظ للوحدة من المخزون لفترة زمنية معينة .

ط = تكلفة الطلبية الواحـدة .

$\bar{\text{ك}}$ = حجم الطلبيـــة .

ك = الكمية المطلوبة اثناء الفترة التخطيطية ت .

$\therefore$ $\frac{\text{ك}}{\bar{\text{ك}}}$ عدد الطلبيات اثناء الفترة التخطيطيـــة ت .

$\therefore$ $\bar{\text{ت}}$ (الفترة الزمنية بين طلبيتين) $\frac{\text{ت}}{\text{ك}/\bar{\text{ك}}} = \frac{\text{ت}\,\bar{\text{ك}}}{\text{ك}}$

واذا بدأت الفترة الزمنية ت بكمية قدرها $\bar{\text{ك}}$ وانتهت بصفر فان $\frac{\bar{\text{ك}}}{٢}$ = متوسط المخزون اثناء الفترة $\bar{\text{ت}}$ ، $\frac{\bar{\text{ك}}}{٢}$ و ح $\bar{\text{ت}}$ = تكلفة الاحتفاظ بالمخـــزون اثناء الفترة الزمنيـــة $\bar{\text{ت}}$.

وبذلك تصبح التكلفة لكل طلبية = ($\frac{\bar{\text{ك}}}{٢}$ وح $\bar{\text{ت}}$ + ط) ،

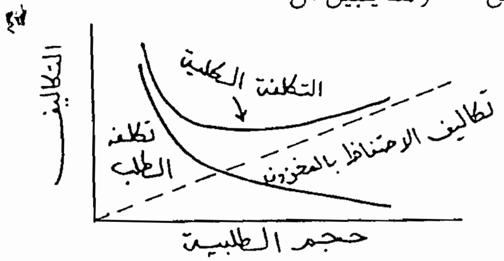
وتصبح التكاليف الكلية فى الفترة الزمنية ت = $\frac{\text{ك}}{\bar{\text{ك}}}$ ($\frac{\bar{\text{ك}}}{٢}$ وح $\bar{\text{ت}}$ + ط)

وبالتعويض عن $\bar{\text{ت}} = \frac{\text{ت}\,\bar{\text{ك}}}{\text{ك}}$

التكلفة الكلية $= \frac{\text{ك}}{\bar{\text{ك}}} \left(\frac{\bar{\text{ك}}}{٢}\ \text{وح} + \frac{\text{ت}\,\bar{\text{ك}}}{\text{ك}} + \text{ط} \right)$

$= \frac{\bar{\text{ك}}}{٢}\ \text{وح} + \text{ت} + \frac{\text{ط}\,\bar{\text{ك}}}{\text{ك}}$

وفى المعادلة الحد الاول من الطرف الايسر هو التكلفة الكلية للاحتفاظ بالمخزون ، والحد الثانى هو تكلفة الطلب الكلية . ومن النظر الى شكل (٢) نجد أن تكلفة الطلب تتناقص مع زيادة حجم الطلبية . وحل هذه المشكلة يكمن فى اختيار حجم ك التى تجعل مجموع هاتين التكلفتين اقل ما يمكن ، ويمكن الوصول الى ذلك الحل بالتفاضل ، ومنه يتبين أن :



شكل (٢)

الحجم الامثل للطلبية $= \sqrt{\frac{٢\ \text{ك}\ \text{ط}}{\text{وح} \times \text{ت}}}$

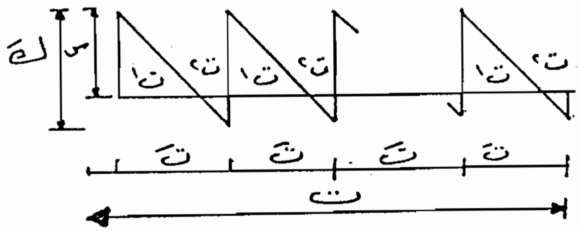
والتكلفة الكلية لذلك الحجم الامثل $= \sqrt{٢\ \text{ك}\ \text{ط}\ \text{وح}\ \text{ت}}$

النموذج الثانى : شكل (٢) ٠

وهو مماثل للنموذج السابق فيما عدا انه يوجد تكلفة للنفـــاد يعبر عنها بالرمز ف٠

س هى رصيد المخزون فى بداية كل فترة زمنيـــة ٠

باستعمال علاقة هندسية بسيطة (تشابه المثلثات) نلاحظ :



شكل (٣)

$$\text{ت}_1 = \frac{\text{س}}{\bar{\text{ك}}}\,\bar{\text{ت}} \quad (1)$$

$$\text{ت}_2 = \frac{\bar{\text{ك}} - \text{س}}{\bar{\text{ك}}}\,\bar{\text{ت}} \quad (2)$$

متوسط المخزون خلال $\text{ت}_1 = \frac{\text{س}}{2}$ ولذلك فان تكلفة الإحتفاظ بالمخزون خلال الفترة

$$\text{ت}_1 = \frac{\text{س}}{2}\ \text{ح}\ \text{ت}_1$$

وبالمثل متوسط عدد الوحدات الغير موجودة (التى نفدت عند طلبها) خلال الفتـــرة

$$\text{ت}_2 = \frac{\bar{\text{ك}} - \text{س}}{2}$$

ولهذا فان تكلفة النفاد خلال الفترة $\text{ت}_2 = \frac{\bar{\text{ك}} - \text{س}}{2}\ \text{ف}\ \text{ت}_2$

وعلى هذا فان التكاليف الكلية خلال الفترة ت :

$$= \frac{\text{ك}}{\bar{\text{ك}}}\left(\frac{\text{س}}{2}\text{ح}\ \text{ت}_1\right) + \frac{\bar{\text{ك}} - \text{س}}{2}\ \text{ف}\ \text{ت}_2 + \text{ط}$$

---

(1) $\because \frac{\text{س}}{\bar{\text{ك}}} = \frac{\text{ت}_1}{\bar{\text{ت}}} \quad \therefore \text{ت}_1 = \frac{\text{س}}{\bar{\text{ك}}}\,\bar{\text{ت}}$

(2) $\because \frac{\bar{\text{ك}} - \text{س}}{\bar{\text{ك}}} = \frac{\bar{\text{ت}} - \text{ت}_1}{\bar{\text{ت}}} = \frac{\text{ت}_2}{\bar{\text{ت}}} \quad \therefore \text{ت}_2 = \frac{\bar{\text{ك}} - \text{س}}{\bar{\text{ك}}}\,\bar{\text{ت}}$

وبالتعويض عن $ت_1$ ، $ت_2$ بالقيم المذكورة سابقا :

$$\text{التكلفة الكلية} = \frac{ك}{\bar{ك}} \left[\left(\frac{س}{٢} \, وح \times \frac{س}{\bar{ك}} \, \bar{ت} \right) + \left(\frac{\bar{ك} - س}{٢} \, ى \times \frac{\bar{ك} - س}{\bar{ك}} \cdot \bar{ت} \right) + ط \right] .$$

$$= \frac{ك}{\bar{ك}} \left[\frac{س}{٢} \, وح \times \frac{س}{\bar{ك}} \, \bar{ت} + \frac{(\bar{ك} - س)^{٢}}{٢ \, \bar{ك}} \, ى \, \bar{ت} + ط \right]$$

وبالتعويض عن $\bar{ت} = \frac{ت \, \bar{ك}}{ك}$ (1) نحصل على :

$$\text{التكلفة الكلية} = \frac{ك}{\bar{ك}} \left[\frac{س}{٢} \, وح \times \frac{س}{\bar{ك}} \times \frac{ت \, \bar{ك}}{ك} + \left(\frac{(\bar{ك} - س)^{٢}}{٢ \, \bar{ك}} \, ى \times \frac{ت \, \bar{ك}}{ك} \right) + ط \right]$$

$$= \frac{س^{٢} \, وح \, ت}{٢ \, \bar{ك}} + \frac{(\bar{ك} - س)^{٢} \, ف \, ت}{٢ \, \bar{ك}} + \frac{ط \, ك}{\bar{ك}}$$

ومن هذه المعادلة يمكن الحصول على :

$$\text{الحجم الامثل للطلبية } \bar{ك} = \sqrt{\frac{٢ \, ك \, ط}{وح \, ت}} \times \sqrt{\frac{ف + وح}{ف}}$$

$$\text{القيمة المثلى لـ } س = \sqrt{\frac{٢ \, ك \, ط}{وح \, ت}} \times \sqrt{\frac{ف}{ف + وح}}$$

$$\bar{ت} \text{ الفترة المثلى بين الطلبيات} = \sqrt{\frac{٢ \, ت \, ط}{ك \, وح}} \times \sqrt{\frac{ف + وح}{ف}}$$

التكلفة الكلية فى حالة طلب الحجم الامثل :

$$= \sqrt{٢ \, ك \, وح \, ط \, ت} \times \sqrt{\frac{ف}{ى + وح}}$$

---

(1) وذلك لأن $\bar{ت} = \frac{ت}{\text{عدد الطلبيات}} = \frac{ت}{\frac{ك}{\bar{ك}}} = \frac{ت \, \bar{ك}}{ك}$

النموذج الثالث : تأثير خصم الكميـــة :

ان النموذجين السابقين افترضا ثبات سعر شراء الوحدة ، ولكن عند اخذ خصم الكمية فى الاعتبـار ، فان الامر يختلف بعض الشيء :

التكاليف الكلية = ثمن الشراء + تكلفة الطلب + تكلفة الاحتفاظ بالمخزون

$$= \text{ك و} + \frac{\text{ك}}{\text{ق}}\,\text{ط} + \frac{\text{ق}}{٢}\,\text{و ح} \qquad (\text{ب})$$

وحيث وهى ثمن شراء الوحدة ، ح النسبة المئوية من ثمن الشراء التى تمثـــل تكلفة الاحتفاظ بها فى المخزون . وباتباع نفس طريقة التحليل السابقة ، يمكـــن الوصول الى أن :

$$\text{الحجم الامثل للطلب} = \sqrt{\frac{٢\ \text{ك ط}}{\text{و ح}}}$$

والتكاليف الكلية عند شراء الحجم الامثل للطلبيـــــــة

$$= \sqrt{٢\ \text{ك ط و ح}} + \text{ك و} \qquad (\text{جـ})$$

ومن الممكن اتباع المعادلتين ب ، جـ فى تحليل مشاكل المخزون التى تأخـــذ فى الاعتبار خصم الكميـــــة .

ويقترح [1] Whitin طريقة استحدثها Wilson لاتخاذ قرار فى حالـــة وجود خصم كمية . وجدول (١) خاص بهذه الطريقة ، وهو محسوب على اســـاس

---

(1) Thomson M. Within, "The Theory of Inventory Management" Princeton University Press, Princeton, N.J., 1953.

تكلفة الاحتفاظ بالمخزون للوحدة فى السنة = ٢٠, من ثمنها ، وتكلفة الطلبية الواحدة ١٠ جنيهات ٠

والقيم الموجودة فى ذلك الجدول هى التكاليف الكلية (ثمن الشراء + تكلفة الطلب + تكلفة الاحتفاظ بالمخزون) لكل ١٠٠ جنيه مشتراة ٠

جدول رقـــم (١)

قيمة الكميـــة المستعملـــة سنويـــا بالجنيه	قيمة حجم الطلبية الواحدة بالجنيـه								
	١٠٠	١٥٠	٢٠٠	٣٠٠	٥٠٠	٧٠٠	١٠٠٠	١٥٠٠	٢٠٠٠
١٠٠	١٢٠	١٢١,٦٧٠	١٢٥	١٣٣,٢٣٠	١٥٢	١٧١,٤٣٠	٢٠١	٢٥٠,٦٧٠	٣٠٠,٥٠٠
٢٥٠	١١٤	١١٢,٦٧٠	١١٣	١١٥,٣٣٠	١٢٢	١٢٩,٤٣٠	١٤١	١٦٠,٦٧٠	١٨٠,٥٠٠
٥٠٠	١١٢	١٠٩,٦٧٠	١٠٩	١٠٩,٣٣٠	١١٢	١١٥,٤٣٠	١٢١	١٠٣,٦٧٠	١٤٠,٥٠٠
١٠٠٠	١١١	١٠٨,١٧٠	١٠٧	١٠٦,٣٣٠	١٠٧	١٠٨,٤٣٠	١١١	١١٥,٦٧٠	١٢٠,٥٠٠
٢٥٠٠	١١٠,٤٠٠	١٠٧,٢٧٠	١٠٥,٨٠٠	١٠٤,٥٣٠	١٠٤	١٠٤,٣٣٠	١٠٥	١٠٦,٦٧٠	١١٨,٥٠٠
٥٠٠٠	١١٠,٢٠٠	١٠٦,٩٧٠	١٠٣,٩٣٠	١٠٣,٩٣٠	١٠٣	١٠٢,٨٣٠	١٠٣	١٠٣,٦٧٠	١٠٤,٥٠٠
١٠٠٠٠	١١٠,١٠٠	١٠٦,٨٢٠	١٠٥,٢٠٠	١٠٣,٦٣٠	١٠٢,٥٠٠	١٠٢,١٣٠	١٠٢	١٠١,٦٧٠	١٠٢,٥٠٠
٢٥٠٠٠	١١٠,٠٤٠	١٠٦,٧٣٠	١٠٥,٠٨٠	١٠٣,٢٠٠	١٠٢,٢٠٠	١٠١,٧١٠	١٠١,٤٠٠	١٠١,٢٧٠	١٠١,٣٠٠

تكلفة الاحتفاظ بالمخزون السنوية = ٢٠, من ثمن الوحدة ـ تكلفة الطلبية الواحدة ١٠ جنيهات ٠

المبحث الثانى
نقطة اعادة الطلب

تحدثت نماذج المخزون السابقة عن الكمية التى تطلب لتجعل التكاليف المختلفة أقل ما يمكن ، ولكنها لم تذكر شيئا عن متى تطلب هذه الكمية . فلو كانت الكمية المطلوبة تصل الى المنشأة فور طلبها ، فانه يمكن طلبها بمجرد نفاد الصنف، ولو عرفت الفترة التى ستنقضى بين طلب الصنف ووروده (وهى التى تعرف بفترة الانتظار) فانه بتقدير الكمية المطلوبة من الصنف خلال فترة الانتظار يمكن طلب الصنف عندما يصل رصيد المخزون منه الى هذه الكمية ، وعندئذ يمكن ضمان وصول الصنف مع نفاد اخر وحدة مخزونة منه . ولكن المشكلة هى ان فترة الانتظار قد لا تكون معروفة مقدما ، كما ان معدل الطلب على الصنف قد لا يكون ثابتا . ولحل هذه المشكلة فلابد من الاحتفاظ بكمية امان دائمة من المخزون وذلك حتى لا ينفذ المخزون من الصنف قبل ورود كمية جديده منه . وحجم كمية الامان هذه يتوقف على مدى الثبات فى معدل الطلب على الصنف ، وعلى مقدار المخاطرة الناتجة عن نفاد الصنف ، التى تقبل المنشأة تحملها . وكلما ارادت المنشأة الا تتعرض لهذه المخاطرة كثيرا ، كلما زادت هذه الكمية . وفى نفس الوقت كلما زادت كمية الامان ، كلما قل احتمال نفاد الصنف ، ولكن هذا معناه تخزين كمية اكبر من الصنف . ولهذا فالهدف هو تحديد نقطة الطلب التى توازن بين تكلفة تخزين كمية أكبر من الصنف وبين الخسارة التى تنتج عند نفاد الصنف قبل ورود كمية جديدة منه .

ويحدث نفاد الصنف لسبب او اكثر من الاسباب الاتية :

١ ـ تأخير غير عادى من الموردين .

٢ ـ زيادة غير عادية فى معدل الطلب على الصنف .

ويمكن معالجة ذلك كالاتى :

اذاافترضنـــــا :

ط = متوسط معدل الطلب خلال فترة الانتظار ·

ك = كمية الطلب خلال الســـنة ·

كَ = حجم الطلبيـــة الامثل ·

و ح = تكلفة الاحتفاظ بوحدة واحدة من المخزون لمدة سنة ·

ف = تكلفة النفاد لوحدة لمدة ســـنة ·

ح = (الطلب > ط) = أحتمال ان يكون الطلب خلال فترة الانتظار على الاقل ط وحدة ·

تكلفة الاحتفاظ بوحدة واحدة فى المخزون لدورة واحدة (بين طلب الصنـف مرة وطلبه مرة اخرى) = $\frac{كَ}{ك}$ و ح وحيث ان نقطة الطلب تعتمد على ح (الطلب > ط) ، فاذا اردنا ان نزيد على نقطة الطلب وحدة واحدة فان هــــذه الوحدة اما اننا سنحتاج اليها ونستعملها فعلا ، وفى هذه الحالة ستكون تكلفة الاحتفاظ بها : ($\frac{كَ}{ك}$ و ح) (ح الطلب > ط)

اما اذا لم نستعملها فان تكلفة الاحتفاظ بها ستكون :
($\frac{كَ}{ك}$ و ح) (١ ـ ح (الطلب > ط)

اما اذا قررنا الا نزيد على نقطة الطلب هذه الوحدة الواحدة ، فاننا قـــد نحتاج اليها ، وفى هذه الحالة تصبح تكلفتها :
ف (ح (الطلب > ط) ، اما اذا لم نحتاج اليها فانها لن تكلفنا شيئـا ·

وبمعادلة تكلفة الاحتفاظ بالوحدة ، وتكلفة عدم الاحتفاظ بها فاننا نصــل الى المعادلة الاتيـــة :
($\frac{كَ}{ك}$ و ح) (وح > ط) + ($\frac{كَ}{ك}$ و ح) (١ ـ ح > ط)
= ف (ح الطلب > ط) ·

وذلك لاننا لا نريد تحديد نقطة الطلب التى تتعادل عندها تكلفة الاحتفاظ بوحدة اضافية مع تكلفة كعدم الاحتفاظ بها ، أى تكلفة النفاد وبحل هذه المعادلة نجد :

$$ح \ (\text{الطلب} > ط) = \frac{وح ك َ}{ف ك}$$

ومن منحنى التوزيع الاحتمالى للطلب نحدد النقطة المثلى المقابلة لـ (ح الطلب > ط) المثالية وبذلك تكون هى نقطة الطلب المثلى المطلوبة .

كما يمكن الاستفادة بخواص توزيع بواسون فى الوصول الى نقطة الطلب كالاتى :

نقطة الطلب = الطلب فى فترة الانتظار + القيمة المقابلة لدرجة المخاطرة

مساحة التوزيع المعتاد × $\sqrt{\text{الطلب فى فترة الانتظار}}$

فاذا افترضنا ان منشأة ما تطلب احد الاصناف ٤ مرات فى السنة ، وان درجة المخاطرة فى النفاد المقبولة هى مرة كل ٥ سنوات ، وحيث أن النفاد يحدث عند انتظار ورود الصنف فانه سيحدث مرة واحدة خلال الـ ٥ سنوات أى خلال ٥ سنوات × ٤ = ٢٠ مرة سيحصل فيها للنفاد مرة واحدة ، أى ٥ ٪ من الحالات ، وان متوسط الطلب الاسبوعى هو ١٢٥ وحدة ، ومتوسط فترة الانتظار هو اسبوعان ، فان نقطة الطلب وكمية الامان تحسبان كالاتى :

نقطة الطلب = الطلب فى فترة الانتظار + كمية الامان .

$$= ١٢٥ \times ٢ + ١,٦٥ \sqrt{١٢٥ \times ٢}$$

$$= ٢٥٠ + ١,٦٥ \sqrt{٢٥٠} = ٢٥٠ + ٢٦ = ٢٧٦ \text{ وحدة}$$

والـ ١,٦٥ هى المقابلة فى مساحة التوزيع الطبيعى = ١ صحيح · وللوصول اليها يتبع الاتى :

١ ـ ٠٥,٠ = ٩٥, لان مساحة التوزيع الطبيعى = ١ صحيح ·

٩٥, ـ ٥٠, = ٤٥, لان الجداول تعبر عن نصف مساحة التوزيع الطبيعى · نبحث داخل مساحة التوزيع عن ٤٥, فنجدها مقابلة فى خارج الجدول لـ ١,٦٥ ·

ومن جداول التوزيع الطبيعى امكن عمل جدول رقم (٢) والذى يمكن الاستعاضة به عن الكشف فى الجدول ·

جدول رقم (٢)

عدد الطلبيات فى السنة	درجة المخاطرة التى تقبلها الشركة مرة كل : سنة	سنتين	٣ سنوات	٥ سنوات	٧ سنوات	١٠ سنوات	عدد النفاد بالمرة
١	صفر	صفر	٠,٤	٠,٩	١,١	١,٢	٤
٢	صفر	٠,٧	١,٠	١,٣	١,٤	١,٦	٤
٣	٠,٤	١,٠	١,٢	١,٥	١,٦	١,٨	٤
٤	٠,٧	١,١	١,٣	١,٧	١,٨	١,٩	٤
٦	١,٠	١,٣	١,٦	١,٨	٢,٠	٢,١	٤
٨	١,١	١,٥	١,٧	٢,٠	٢,١	٢,٢	٤
١٢	١,٣	١,٧	١,٩	٢,١	٢,٢	٢,٤	٤

ولاستعمال هذا الجدول :

نقطة الطلب = الاستعمال خلال فترة الانتظار + م $\sqrt{\text{الاستعمال خلال فترة الانتظار}}$

حيث م يمكن الحصول عليها من الجدول ·

ففى المثال السابق يطلب الصنف ٤ مرات فى السنة ودرجة المخاطرة المقبولة هى مرة كل ٥ سنوات ، فان م = ١,٧ (وهى تكاد تساوى ١,٦٥ السابقة) ·

المبحث الثالث

استعمال معادلة كمية الطلب الامثل للمخزون عندما يكون التنبؤ بالطلب غير مؤكد

يلاحظ من المباحث السابقة ان معادلة كمية الطلب الاقتصادية استعملت عندما يكون الطلب مؤكدا فقط ، بالاضافة الى انه للحصول على نقطة الطلب استخدمت وسائل اخرى اكثر تعقيدا ·

وفي هذا المبحث تحاول الباحثة الوصول الى هدف البحث وهو استعمال معادلة الكمية الاقتصادية للطلب عندما يكون الطلب غير مؤكد في الوصول الى نقطة الطلب ·

الكمية الاقتصادية للطلب :

يلاحظ ان دوران المخزون مستمر ، فبعد ورود كمية جديدة من أحد الاصناف ينخفض رصيد المخزون نتيجة الصرف منه لتلبية طلبات العملاء حتى يصل الرصيد الى نقطة اعادة الطلب فتطلب كمية جديدة من الصنف ، وتلبى الطلبات الواردة من رصيد المخزون الباقي حتى تصل الكمية الجديدة من الصنف فيزيد الرصيد وهكذا ، ولكن قد ينفد رصيد المخزون قبل وصول الكمية الجديدة من الصنف ، فبالنسبة للطلبات الواردة عندئذ فان العميل قد يقبل الانتظار لحين ورود كمية الصنف الجديدة ، وقد يلغي طلبيته ·

فاذا افترضنا ان ج هي النسبة المئوية للطلبات التي يمكن تأجيلها من بين الطلبيات الواردة في فترة الانتظار ، وان هذه النسبة = ٠,٩٠ مثلا فان ٩٠٪ من العملاء يقبلون الانتظار لحين ورود الكمية الجديدة من الصنف في حين أن ١٠٪ من العملاء يلغون طلبياتهم ·

تكلفة الطلب :

اذا افترضنا ان المنشأة تطلب كمية جديدة من الصنف (كَ) اذا وصل رصيده الى الكمية التى يتوقع ان يبلغها الطلب (ب) على الصنف خلال فترة الانتظار مما يعنى ان نقطة اعادة الطلب (س) = (ب) ، واذا افترضنا أن ع (ب) = حجم الطلبيات الواردة خلال فترة الانتظار بعد نفاد الصنف = ع (س) كما افترضنا .

فان حجم الطلبيات الضائعة نتيجة لالغاء الطلبيات

= (١ ـ ج) ع (س) معادلة (١)

واذا افترضنا ان الكمية الواردة فى كل فترة زمنية = كمية الطلب الاقتصادية والتى رمز لها بالرمز كَ فان عدد الوحدات المسلمة للعملاء من الصنف خلال الفترة الزمنية = كَ أيضا . ولهذا فان حجم طلبيات العملاء المتوقع خلال الفترة الزمنية = كَ + (١ ـ ج) ع (س) معادلة (٢)

واذا كانت بَ = الطلب المتوقع يوميا

∴ فان الطول المتوقع بالايام للفترة الزمنية

$$= \frac{\text{كَ} + (\text{١} - \text{ج})\ \text{ع (س)}}{\text{بَ}}$$

ومقلوب هذا الكسر هو عدد الفترات الزمنية لليوم (وهو فى غالب الاحيان كسر مثل ٠,٠١) ، واذا ضرب مقلوب هذا الكسر × التكلفة للطلب التى نرمز لها بالرمز ط فان الناتج هو تكلفة الطلب منسوبا الى اليوم

$$= \frac{\text{بَ ط}}{\text{كَ} + (\text{١} - \text{ج})\ \text{ع (س)}}$$

تكلفة الاحتفاظ بالمخزون :

بالنسبة لتكلفة الاحتفاظ بالمخزون التى نرمز لها بالرمز وح ، فانه لو لم يكن هناك نفاد فان الحد الادنى للمخزون قبل وصول الكمية الجديدة هو س (نقطة اعادة الطلب) ناقصا الطلب المتوقع خلال فترة الانتظار أو على وجه الدقة هو نقطة اعادة الطلب ناقصا حجم الطلبيات المتوقع والذى أمكن تلبيته خلال فترة الانتظار .

وحيث أن ع(س) هو حجم الطلبيات الواردة خلال فترة الانتظار بعد نفاد المخزون ، واذا رمزنا لمتوسط الطلب خلال فترة الانتظار بالرمز ر فان حجم الطلبيات المتوقع استلامه وتلبيته قبل وصول الكمية الجديدة للصنف = ر — ع (س) .

وعلى هذا فان الحد الادنى المتوقع للمخزون هو : س — [ر — ع (س)] = س — ر + ع (س) . وعند وصول الكمية الجديدة كَ ، فان جزءا منها سيستعمل لتلبية الطلبات المؤجلة والتى يتوقع ان تكون ج ع(س) ، أى احتمال ان ينتظر العميل مضروبا فى حجم الطلبيات الواردة خلال فترة الانتظار .

وعلى هذا فان الزيادة المتوقعة فى المخزون عند ورود الكمية الجديدة للصنف = كَ — ج ع (س) .

ومنه يتضح ان الحد الاعلى للمخزون هو الحد الادنى للمخزون زائد هذه الزيادة المتوقعة ، أى :

= س — ر + ع (س) + كَ — ج ع (س)

= س — ر + (١ — ج) ع (س) + كَ

ومتوسط المخزون = $\frac{\text{الحد الاعلى للمخزون + الحد الادنى للمخزون}}{٢}$

وفى هذه الحالة = س ــ ر + (١ ــ $\frac{ج}{٢}$) ع (س) + $\frac{\bar{ك}}{٢}$

وللحصول على تكلفة الاحتفاظ بالمخزون الكلية : نضرب متوسط المخزون × تكلفة الاحتفاظ بالمخزون للوحدة " (ح " ليوم واحـــد :

= و ح (س ــ ر + (١ ــ $\frac{ج}{٢}$) ع (س) + $\frac{\bar{ك}}{٢}$)

ومن هذا فان التكلفة الكلية للمخزون لليوم = تكلفة الطلب لليوم + تكلفـــة الاحتفاظ بالمخزون لليوم :

= $\frac{\text{ب ط}}{\bar{ك} + (١ ــ ج) ع (س)}$ + و ح (س ــ ر + (١ ــ $\frac{ج}{٢}$) ع (س) + $\frac{\bar{ك}}{٢}$

معادلـــة (٣)

ويجب ان نوضح هنا ان المقصود بالتكلفة الكلية للمخزون هو التكاليف المرتبطة بكمية الطلب ونقطة اعادة الطلب فقط وليس أى تكاليف اخرى مثل ثمن الشراء وما اليه .

تكاليف النفـــاد :

حيث أن ع (س) هو النفاد المتوقع خلال الفترة الزمنية المعنيـة ، فانـــه باستعمال معادلة (٢) نحصل على :

نسبة النفاد (ن) = $\frac{\text{ع (س)}}{\bar{ك} + (١ ــ ج) ع (س)}$ معادلة (٤)

وهذه المعادلة الاخيرة تحوى كلا من س ، $\bar{ك}$ ويمكن حلها للمجهـــول $\bar{ك}$ بمعلومية س ، ومن الممكن ان تكتب معادلة (٤) فى صيغة اخرى هى :

$\bar{ك}$ = $\frac{\text{١ ــ ن + ن ج}}{\text{ن}}$ ع (س) معادلة (٥)

وبالتعويض عن كَ بقيمتها هذه فى معادلة (٢) فان التكلفة الكلية للمخزون لليـــوم تصـــبح :

$$\frac{ف\ \bar{ب}\ ط}{ع\ (س)} + و\ ح \left[س - ر + \frac{١ - ف}{٢\ ن}\ ع\ (س) \right] \qquad \text{معادلة (٦)}$$

ومن هذه المعادلـــة يمكن رسم الشكل البيانى الخاص بعلاقة التكلفة الكليـــة بنقطة اعادة الطلب كَ . ومنه يمكن اختيار ادنى نقطة على الشكل المذكـــور وتصبح هى نقطة اعادة الطلب المثلى .

وكمثال على تطبيق ذلك نفترض ان الطلب المتوقع على سلعة معينة خـــــلال فترة الانتظار واحتمال تحقق ذلك الطلب كما هو مبين بجدول (٣) التالى :

جدول رقم (٣)

الطلب المتوقع	احتمال تحقق ذلك الطلب	الطلب المتوقع	احتمال تحقق ذلك الطلب
٧٥	صفر	٨٧	,٠٥
٧٦	صفر	٨٨	,٠٤
٧٧	,٠١	٨٩	,٠٤
٧٨	,٠٥	٩٠	,٠٣
٧٩	,٠٨	٩١	,٠٣
٨٠	,١٠	٩٢	,٠٢
٨١	,١٠	٩٣	,٠٢
٨٢	,١٠	٩٤	,٠١
٨٣	,٠٩	٩٥	,٠١
٨٤	,٠٨	٩٦	,٠١
٨٥	,٠٧	٩٧ حتى مالانهاية	صفر
٨٦	,٠٦		

ومعنى هذا ان الطلب وصل الى ٨٠ وحدة فى ١٠٪ من فترات الانتظار مثلا ، ومن الجدول رقم (٣) نستطيع حساب ارقام جدول (٤) :

العمودين الاولين من جدول (٣) ،
العمود الثالث ح (> ب) وهو يبين احتمال ان يزيد الطلب على ب وحدة وهى المتجمع الهابط لارقام العمود الثانى ح (ب) ، فمثلا ح (> ٩٦) = صفر لان الطلب لم يزد على ٩٦ وحدة ، أما ح (> ٩٥) = ح (٩٦) = ٠,٠١ ، وبالمثل ح (> ٩٤) = ح (٩٥) + ح (٩٦) = ,٠١ + ,٠١ = ,٠٢ ، ح (> ٩٣) = ح (٩٤) + ح (٩٥) + ح (٩٦) = ,٠١ + ,٠١ + ,٠١ = ,٠٣ وهكذا .

اما العمود الرابع ع(ب) فهو يمثل عدد الطلبيات المتوقع وروده اثناء فترة الانتظار وبعد نفاد المخزون عندما يكون الطلب المتوقع حدوثه = ب = س ، وحسابه تم كالاتى :

ع ٩٠ = ,٢٨ مثلا لتفسير هذا الرقم نفترض ان سياسة المنشأة هى طلب كمية جديدة من الصنف عندما يصل رصيد المخزون الى ب = س = ٩٠ ، وأنه اذا استمرت هذه السياسة خلال فترة طويلة تشمل عدة فترات زمنية يتم اثناها عدة مرات توريد فان متوسط النفاد كل فترة زمنية هو ,٢٨ وحدة . وحساب هذا الرقم تم كالاتى :

ان متجمع النفاد هو ١ × احتمال أن يكون النفاد وحدة واحدة + ٢ × احتمال ان يكون النفاد وحدتين + ٣ × احتمال ان يكون النفاد ٣ وحدات . . . . الخ .

جدول رقم (٤)

ب	ح (ب)	ح (ب)	ع (ب)
٧٥	صفر	١	٩
٧٦	صفر	١	٨
٧٧	,٠١	,٩٩	٧
٧٨	,٠٥	,٩٤	٦,٠١
٧٩	,٠٨	,٨٦	٥,٠٧
٨٠	,١٠	,٧٦	٤,٢١
٨١	,١٠	,٦٦	٣,٤٥
٨٢	,١٠	,٥٦	٢,٧٩
٨٣	,٠٩	,٤٧	٢,٢٣
٨٤	,٠٨	,٣٩	١,٧٦
٨٥	,٠٧	,٣٢	١,٣٧
٨٦	,٠٦	,٢٦	١,٠٥
٨٧	,٠٥	,٢١	,٧٩
٨٨	,٠٤	,١٧	,٥٨
٨٩	,٠٤	,١٣	,٤١
٩٠	,٠٣	,١٠	,٢٨
٩١	,٠٣	,٠٧	,١٨
٩٢	,٠٢	,٠٥	,١١
٩٣	,٠٢	,٠٣	,٠٦
٩٤	,٠١	,٠٢	,٠٣
٩٥	,٠١	,٠١	,٠١
٩٦	,٠١	صفر	صفر
٩٧	صفر	صفر	صفر

فلو تمت اعادة الطلب عندما يكون يساوى الرصيد ٩٠ وحدة فان ع(ب) =ع(٩٠)
= ١ ×احتمال ان يكون الطلب ٩١ وحدة + ٢ × احتمال ان يكون الطلب ٩٢ وحدة +
٣ × احتمال ان يكون الطلب ٩٣ وحدة + ٤ × احتمال ان يكون الطلب ٩٤ وحدة +
٥ × احتمال ان يكون الطلب ٩٥ وحدة + ٦ × احتمال ان يكون الطلب ٩٦ وحدة ٠

∴ ع(٩٠) = ١ح (٩١) + ٢ح (٩٢) + ٣ح (٩٣) + ٤ح (٩٤) + ٥ح (٩٥) + ٦ح (٩٦) ٠

ومن جدول ١ نجد :
١×,٠٣ + ٢×,٠٢ + ٣×,٠٢ + ٤×,٠١ + ٦×,٠١ ,
= ,٠٣ + ,٠٤ + ,٠٦ + ,٠٤ + ,٠٥ر + ,٠٦ر = ,٢٨ر٠

وبالمثل ع (٨٠) = ١ح (٨١) + ٢ح (٨٢) + ٣ح (٨٣) + ٤ح (٨٤) + ٥ح (٨٥)
+٦ح (٨٦) + ٧ح (٨٧) + ٨ح (٨٨) + ٩ح (٨٩) + ١٠ح (٩٠)
+١١ح (٩١) + ١٢ح (٩٢) + ١٣ح (٩٣) ١٤ح (٩٤) +
١٥ح (٩٥) + ١٦ح (٩٦)
= ١×,١٠ × ٢×,١٠ + ٣×,٠٩ + ٤×,٠٨ + ٥×,٠٧ + ٦×,٠٦ +
٧×,٠٥ + ٨×,٠٤ + ٩×,٠٤ + ١٠×,٠٣ + ١٢×,٠٢ + ١٣×,٠٢ ,
+١٤×,٠١ + ١٥×,٠١ + ١٦×,٠١ ,
= ,١٠ + ,٢٠ + ,٢٧ + ,٣٢ + ,٣٥ + ,٣٦ + ,٣٥ + ,٣٢ + ,٣٦ + ,٣٠ +
,٣٣ + ,٢٤ + ,٢٦ + ,١٤ + ,١٥ + ,١٦ + = ٤,٢١ وهكذا ٠

ومن الجدول رقم (٢) يمكن حساب ر
= ٧٧ح (٧٧) + ٧٨ح (٧٨) ٠٠٠ (٩٦ح (٩٦) = ٨٤
معادلـــــة (٧)

اذا افترضنا ان ب = معدل الطلب المتوقع اليومى = ٤ فان متوسط طول فتـــــرة الانتظار = $\frac{٨٤}{٤}$ = ٢١ يوما ٠

نفترض كذلك ان ط = معدل النفاد ,٠١ وان نسبة العملاء الذين يقبلـــون تأجيل طلباتهم — التى وردت بعد نفاد المخزون — لحين وصول الكمية الجديـــــدة للصنف = ج = ,٥ ٠

وأن وح = $\frac{٢}{٣٦٥}$ يوما ٠

∴ التكلفة الكليـــة اليوميـــة

$$= \frac{٠١, \times ٤ \times ٥}{ع\,(س)} + \frac{٢}{٣٦٥}\left[س + \frac{١,٠١}{٠٢,} ع(س) - ٨٤\right]$$

$$= \frac{٢,}{ع\,(س)} + \frac{٢}{٣٦٥}\left[س + ٥٠,٥\ ع(س) - ٨٤\right]$$

. ولعمل جدول لتكلفة (س) نأخذ على سبيل التجربة احدى قيم س = ب ، ولتكن س = ب = ٩٠ ، من جدول ٤ نجد ان ع(٩٠) = ٢٨,٠

وبالتعويض في المعادلة عن ع(س) = ع (٩٠) = ٢٨,, نحصل على التكلفـة عندما تساوى س ٩٠ وهى ٨٢٤٦, فى اليوم ٠

وبهذا الشكل يمكن عمل جدول رقم (٥) لعدة قيم مختارة من س الذي يتبيـن منه ان افضل قيمة لـ (س) هى س = ٨٧٠

جدول رقم (٥)

س	تكلفة س	س	تكلفة س	س	تكلفة س
٨٠	١,١٩٠٥	٨٧	,٤٨٨٢	٩٠	,٨٢٤٦
٨٦	,٤٩٢٠	٨٨	,٥٢٧٢		

وللحصول على $\bar{ك}$ المقابلة نستعمل معادلة (٥) ٠
حيث ان جدول رقم (٤) يعطى ع(٨٧) = ٧٩,
د = ٠١, ، ج = ٥, كما ذكرنـــــــا

$$فان\ \bar{ك} \frac{(١ - ٠١,) + (٠١, \times ٥,)}{٠١,} \times ٧٩, = ٧٩\ وحدة$$

ومعنى هـــذا ان الخطة المثاليـــة هى طلب كمية جديدة من ٧٩ وحـــــدة كلما وصل المخزون من الصنف + الكمية التي طلبت ولم تصل بعد الى ٨٧ وحدة ٠

مراجع البحـــث :

1. L.P.Afford and J.R. Bangs (eds.), Production Handbook", The Ronald Press Comp., New York, 1955.

2. Geory W. Aljan, " Purchasing Handbook, " McGraw-Hill Book Comp. New York, 1958.

3. Booz Allen and Hamilton, "Written Policies Help Nine Ways", Nations Business, Vol 47, December 1959.

4. Chase Richard B., and Aquilano, Nicholas J., " Production and Operations Management: A life cycle approach,"4th ed., Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois, 1985.

5. Donald W. Dobler, " Study of Materials Management and its Problems in Small Manufacturing Business", Stanford University CAlif., 1960.

6. David P., Herion, "A Comparison of Techniques for Multi-Item Inventory Analysis", Production and Inventory Management, First Quarter, 1978.

7. Fordyce, James M., and Webstet Francis M., " The Wagner-within Algorithm Made Simple", Production and Inventory Management, Second Quarter, 1984.

8. Gaither, Norman, "Production and Operations Management: A Problem Solving and Decision-Making Approach, 2nd ed., The Dryden Press, New York, 1984.

9. Hsu, Jhon I. " Economic Productionn Quantity Determination In The Multistage Production Process", Production and Inventory Management, First Quarter, 1984.

10. Inventory Planning Sub-Committee, " APICS Certification Program Study Guide - Inventory Planning", Production and Inventory Management, First Quarter, 1978.

11. James K. Weeks, "Wip Inventory Management, Productivity and Costs", Production and Inventory Management, First Quarter, 1978.

12. Karni, Reuven, "UOQ Lot Sizing Technique for Varying Demand Rates", Production and Inventory Management, Third Quarter 1980.

13. Lamer Lee Jr., and Donald W. Dobler, " Purchasing and Material Management, Text and Cases" , T.M. H. Edition McGraw-Hill Book Comp. New York, 1972.

14. Bengamin Melntsky, "Management of Industrial Inventory", Conover Most Publications Inc. Book Division , New York, 1951.

15. Lawrance M. Miller, "Behavior Management, The New Science of Manging People at Work," John Wiley & Sons, New York, 1978.

16. Franklin G., Moore, "Production Control", Second Edition McGraw-Hill Book Comp. Inc, New York, 1959.

17. A. Morrison, "Storage and Control of Stock" Sir Issac Pitman & Sons, LTD., 1962.

18. Ned W. Brenizer, "The Odysseey of Inventory Management", Production and Inventory Management, Second Quarter, 1981.

19. Nelson, S., Nancy, " MRP and Inventory and Production Control in Process Industries", Production and Inventory Management , Fourth Quarter, 1983.

20. Schonberger, Richard J., " Operations Management: Productivity and Quality", 2nd., Business Publications, INC, Plano, Texas, 1985.

21. Szendrovits, Q.Z., "Manufacturing Cycle Time Determination For A Multistage Economic Production Quantity Model", Management Science, Nov., 1975, Vol. 22, No. 3.

22. Taylor, B.N., and Davis, K.R., "Increasing Productivity Through WIP Management", Production and Inventory Management, First Quarter, 1977.

23. Tersine, Richard J., and Others, "Problems and Models in Operations Management", 2nd., ed., Grid INC., Columbus, Ohio, 1980.

24. Ward, E. Edward, " Improve Production Planning With An Inventory Adjustment Policy", Production and Inventory Management, First Quarter, 1981.

25. W. Everest Welch, " Tested Scientific Inventory Control Managemet Publishing Corporation", GreenWich Conn, 1956.

****