تقدير الموثوقية الضبابية للتوزيع المختلط (ويبل-رايلي) باستخدام أسلوب المحاكاة

أ. د/ فاطمة على عبد العاطى — **د/ هشام محمد المنجى**

أستاذ الإحصاء التطبيقى — **الاستاذ الإحصاء المساعد**

كلية التجارة ـ جامعة المنصورة — **كلية التجارة ـ جامعة المنصورة**

الباحث

أركان جبر سعيد

كلية التجارة ـ جامعة المنصورة

المستخلص: ـ

تم في هذا البحث التعرف على فكرة حديثة وهي فكرة التوزيع المقترح الجديد (ويبل –رايلي) عن طريق خلط توزيعين مفردين وهما توزيع ويبل وتوزيع رايلي باستعمال معلمة تعرف بمعلمة نسبة الخلط لينتج عن ذلك التوزيع المقترح المختلط (ويبل –رايلي) والذي يمتاز بالمرونة والكفاءة والأفضلية على التوزيعات المفردة في تمثيل البيانات. وكذلك هدف البحث الى دراسة أوقات الفشل والتي تكون في الغالب العشوائية والضبابية خليطا فيها، ويعبر عنها بأرقام ضبابية مما يعني ذلك تقدير دالة الموثوقية الضبابية لها وتحت مديات انتماء معينة للمجموعات الضبابية، حيث تم استخدام المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ للمقارنة بين الطرائق المستعملة لتقدير دالة الموثوقية الضبابية في البحث.

من أهم النتائج التي تم التوصل إليها البحث باستخدام المحاكاة هو تقارب طريقتي (MLE) و (PER) من حيث الدقة حيث كانت الافضلية لهما ولأغلبية النماذج مقارنة بطريقة (MOM)، اذ كلما ازداد حجم العينة كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE)الأفضل، وهذا ما يتطابق وسلوك هذه الدالة في التقدير الاحصائي، ولوحظ انخفاض قيم متوسط مربعات الخطأ MSE كلما زاد حجم العينة لطريقتي الامكان الاعظم والنسب ولجميع النماذج وهذا ما يطابق النظرية الإحصائية.

Abstract:-

In this research, a modern idea was identified, which is the idea of the proposed new distribution (Weibull -Rayleigh) by mixing two single distributions, namely the Weibull distribution and the Rayleigh distribution, using a parameter known as the mixing ratio parameter, to result in the proposed mixed distribution (Weibull -Rayleigh), which is characterized by flexibility, efficiency and preference. on the odd distributions in the data representation. The research also aimed to study failure times, which are mostly random and fuzzy mixed in, and are expressed in fuzzy numbers, which means estimating the fuzzy reliability function for them and under certain ranges of affiliation to fuzzy groups, where the statistical measure of average square error was used to compare the methods used to estimate the reliability function blurry search.

One of the most important results reached by the research using simulation is the convergence of the (MLE) and (PER) methods in terms of accuracy, as they were preferred for the majority of models compared to the (MOM) method, as the larger the sample size, the greater the possibility (MLE) method was the best, and this What is consistent with the behavior of this function in the statistical estimate, and it was noted that the values of the mean squares error (MSE) decrease with the increase of the sample size for the two methods of greatest possibility and ratios and for all models, and this is what matches the statistical theory.

١-١ المقدمة: Introduction

اهتمت الدراسات والبحوث الإحصائية بشكل واسع وكبير بدراسة التوزيعات الإحصائية المفردة وذلك لما تمثله التوزيعات الإحصائية من أهمية في وصف السلوك الإحصائي للمشاهدات (البيانات) وخاصة عندما تكون البيانات متجانسة وغير محتوية على قيم شاذة مما يعني ان لها شكل توزيع احتمالي معين، ولكن في التجارب الحياتية (الطبية، الهندسية، العلمية ... الخ) قد تكون البيانات (المشاهدات) غير متجانسة، وبالتالي فان السلوك الاحتمالي للمجتمع ككل يمثل مزيج من السلوك الاحتمالي للمجتمعات الجزئية، ويطلق على هذا النوع بالتوزيع المختلط (Mixture distribution).

ان تطبيقات التوزيعات الإحصائية المختلطة تنقسم الى تطبيق مباشر (Direct Application) وتطبيق غير مباشر (Indirect Application)، حيث ان المراد بالتطبيق المباشر كون المجتمع الكلي مجزئ الى (R) من المجتمعات الجزئية كل مجتمع جزئي يمتلك توزيع إحصائي لكافة المجتمعات الجزئية الأخرى وبمعلمات مختلفة او قد يكون منتمي الى عائلة توزيعات مختلفة، اما التطبيق غير المباشر فالقصد منه هو استعمال (Mixture distribution) كوسيلة احصائية متقدمة بغية الحصول على مرونة عالية في التحليل الاحصائي وكما في التحليل العنقودي.

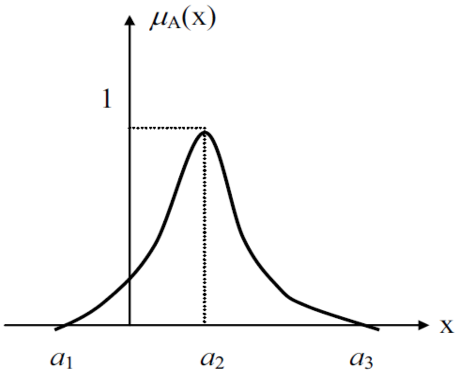
ولكون نظرية الموثوقية (Reliability Therom) هو أمكانية قدرة الجهاز او الماكنة على انجاز العمليات من غير الفشل (عطل) اما من الناحية الاحصائية فأن الموثوقية هي عبارة عن احتمال أن الجهاز او الماكنة تعمل لإنجاز عمل معين لفترة من الزمن حتى حصول العطل في هذه الماكنة ولكن متى سيحدث هذا العطل وعند حدوثه كم من الوقت سيستغرق لإصلاحه؟ وهنا نلاحظ وجود عدم دقة في تحديد وقت عطل الماكنة والذي يعزى الى وجود الضبابية، فالضبابية لها تأثير في عملية اتخاذ القرار المناسب لحل اي مشكلة، وفي الحالات العملية ان اغلب المشاكل التي تواجه الباحثين قد تعاني من النقص في المعلومات او عدم الدقة في عملية جمعها مما يؤثر سلبا في حل هذه المشاكل.

٢-١ الضبابية: Fuzzyiness [6,5,4,3,2,1]

تعرف الضبابية على أنها حالة من حالات عدم التأكد وبمعنى ادق تعني الغموض في وصف الأشياء، وايضاً هي مفهوم للتعبير عن غموض الحدث وقياس درجته وترتبط بالمجموعات الضبابية، والذي يتم فيه تخصيص قيم أو درجات انتماء معينة تقع ضمن الفترة (صفر,١)، وبطريقة يتحول فيها الزمن من عنصر منتمي إلى مجموعة إلى عنصر لا ينتمي إلى مجموعة وبالتالي تتحول جميع الأزمنة الاعتيادية إلى ازمنة ضبابية.

٣-١ الأرقام الضبابية: Fuzzy Numbers [11,10,9,8,7]

الأرقام الضبابية تستخدم لوصف حالة عدم التأكد واليقين التي تصاحب بعض المشاهدات، وهي دائماً ما تكون ارقام ثلاثية (Traingular) أو ارقام شبه منحرفة (Trapizoidal) او أي شكل اخر ويوضح الشكل (1-2) ادناه منحنى الأرقام الضبابية عند قيم معينة.



الشكل (2-1) يبين الرقم الضبابي

٤-١ الموثوقية الضبابية:Fuzzy Reliability(14,13 ,12)

تعرف الموثوقية على أنها احتمال بقاء الوحدة أو الجهاز صالحاً للعمل بعد مرور مدة من الزمن (t) على الاستخدام، وايضاً تعرف على انها عبارة عن مقياس لقدرة جزء من أجزاء نظام معين أو نظام بالكامل على العمل بصلاحية من دون توقف. ليكن T متغيراً عشوائياً مستمراً حيث $T > 0$ ، فأن دالة الموثوقية $R_T(t)$ يمكن التعبير عنها بالصيغة الاتية:

$$R_T(t) = P(T \geq t) = \int_t^{\infty} f_T\,(t) d_x \qquad \ldots\ldots\ (2-5)$$

فهي دالة رتيبة تتناسب بشكل عكسي مع الزمن، مما يعني انه كلما تقدم زمن عمل الجهاز كلما قلت القيمة الخاصة بدالة الموثوقية وبمعنى آخر:

$$R(t_1) > R(t_2) > R(t_3) > R(t_4) > \cdots > Rt_\infty$$

وبالتالي فأن دالة الموثوقية في بداية عمل الماكنة أو الجهاز (الزمن الصفري) قيمتها (١) وتبدأ بعد ذلك بالتناقص الرتيب إلى ان تصبح عند أكبر زمن لعمر الماكنة أو الجهاز وقيمته تكون (صفر).

أي أن:

$$R(t = 0) = 1$$

$$R(t = Max(t)) = 0$$

فاذا كانت الموثوقية تساوي (صفر) فأن الماكنة أو الجهاز لا يعمل، واما إذا كانت الموثوقية قيمتها تساوي (١) وهذا يدل على ان الماكنة أو الجهاز في بداية العمل حتى الوقت (t). وعليه فأن احتمال الفشل في الفترة الزمنية t_1, t_2 يمكن ان يعبر عن دالة الموثوقية كالاتي:

$$R_T(t) = R_T(t_1) - R_T(t_2) \qquad \ldots\ldots (2-6)$$

وان معدل الفشل الحاصل للفترة (t_1, t_2) يرمز له بالرمز $\lambda(t)$ وتكون كالاتي:

$$\lambda(t) = \frac{R_T(t_1) - R_T(t_2)}{(t_1 - t_2)R(t)}$$

أي أن

$$\lambda(t) = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)} \qquad \dots \dots (2-7)$$

والان يمكننا القول بان الموثوقية الضبابية تمثل احتمال أداء الماكنة او الجهاز للعمل المطلوب منها بدرجات متفاوتة من النجاح لمدة محدد من الوقت تحت الظروف الاعتيادية (أي لكل قيمة موثوقية درجة انتماء خاصة بها) ويرمز لها $\check{R}$ والتي هي دالة الموثوقية الضبابية $\tilde{A}$.

وليكن $\mu_{\tilde{A}_i}(R)$ تمثل درجة انتماء R في $\tilde{A}_i$ فأن:

$$\check{R}(t) = \mu_{\tilde{A}_i}(R).R(t) \qquad \dots \dots (2-8)$$

وبما أن:

$$R(t) = \int_t^\infty f(t)dt$$

وعليه فأن:

$$\check{R}(t) = \int_t^\infty f(t)dt.\mu_{\tilde{A}_i}(R) \qquad \dots \dots .(2-9)$$

١-٥ توزيع ويبل: (Weibull Distribution) [15،16،17،18]

يمكن استخدام دالة كثافة توزيع ويبل على النحو التالي:

$$f(t,\lambda,\delta) = \lambda\delta t^{\delta-1}e^{-\lambda t^\delta} \qquad t > 0\ ;\ \lambda,\delta > 0 \qquad \dots \dots (2-10)$$

حيث أن

λ: تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

δ: تمثل معلمة الشكل (Shape Parameter) أي تحديد شكل التوزيع الإحصائي

وحيث أن الدالة التجميعية لتوزيع ويبل (CDF) هي:

$$F(t,\lambda,\delta) = \int_0^t \lambda\delta u^{\delta-1}e^{-\lambda u^\delta}$$

$$F(t,\lambda,\delta) = 1 - e^{-\lambda t^\delta} \qquad \dots \dots (2-11)$$

وبذلك تكون دالة الموثوقية لتوزيع ويبل على الشكل الاتي:

R(t, λ, δ)=1-F(t)

أي أن:

$$R(t,\lambda,\delta) = e^{-\lambda t^\delta} \qquad \dots \dots (2-12)$$

١-٦ توزيع رايلي: (Rayleigh distributoin) [21،20،19]

يمكن استخدام دالة كثافة توزيع رايلي على النحو التالي:

$$f(t,,\theta) = 2\theta t e^{-\theta t^2} \qquad t > 0 \ , \theta > 0 \qquad \dots\dots(2-13)$$

حيث:

θ : تمثل معلمة القياس (Scale Parameter).

في حين ان الدالة التجميعية لتوزيع رايلي تكون كالاتي:

$$F(t,\theta) = \int_0^t 2\theta u \ e^{-\theta u^2} du$$

أي أن:

$$F(t,\theta) = 1 - e^{-\theta t^2} \qquad \dots\dots(2-14)$$

وبذلك تكون دالة الموثوقية لتوزيع رايلي على الشكل الاتي:

R(t, θ)=1-F(t)

$$R(t,\theta) = e^{-\theta t^2} \qquad \dots\dots(2-15)$$

١-٧التوزيع المختلط الجديد (ويبل _رايلي) :

Mixture New Distribution (Weibull – Rayleigh)

يعد التوزيع المقترح الجديد الذي يتم بناء دالته الاحتمالية، هو توزيع خليط من توزيعين هما (ويبل-ريلي)، توزيع وبيل بمعلمة القياس ومعلمة الشكل، وتوزيع ريلي بمعلمة واحدة هي معلمة الشكل بالاستناد الى المعادلة رقم (2-15) ويمكن كتابة صيغة الخليط كالتالي:

$$f(t) = Zf_1(xt) + (1-Z)f_2(t) \qquad \dots\dots(2-19)$$

حيث إن

$$Z = \frac{\alpha}{\alpha+1}$$

وتعتبر المعلمة   تمثل نسبة المساهمة لكل توزيع من التوزيعات المفردة في التوزيع الخليط

وعليه تكون دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الخليط كالاتي:

$$f(\alpha,\delta,\lambda,\theta,t)=\left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\lambda\delta t^{\delta-1}e^{-\lambda t^{\delta}}+\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)2\theta t.\,e^{-\theta t^{2}} \qquad \ldots\ldots(2-20)$$

حيث أن

$\delta,\lambda,\theta,x>0,\alpha>-1$

λ: تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

δ: تمثل معلمة الشكل (Shape Parameter)

θ: تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

α: معلمة نسبة الخلط (Mixing proportion parameter)

حيث دالة الكثافة الاحتمالية تتحقق بالشرطيين الآتيين:

$f(t)\geq 0$

$$\int_{0}^{\infty} f(\alpha,\delta,\lambda,\theta,t)dt=1 \qquad \ldots\ldots(2-21)$$

وباستعمال المعادلة **(2-20)**

$$f(\alpha,\delta,\lambda,\theta,t)=\int_{0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\lambda\delta t^{\delta-1}e^{-\lambda t^{\delta}}+\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)2\theta t.\,e^{-\theta t^{2}} \qquad \ldots\ldots(2-22)$$

إذا أخذنا الحد الأول ونفرض أن m_1 على الشكل الاتي:

$$m_1=\frac{\alpha}{\alpha+1}\int_{0}^{\infty}\lambda\delta t^{\delta-1}e^{-\lambda t^{\delta}}dt_1$$

وبوضع:

$$U=\lambda t^{\delta},\quad t^{\delta}=\frac{u}{\lambda}\quad,\quad t=(\frac{u}{\lambda})^{\frac{1}{\delta}}\quad,\quad dt=\frac{1}{\lambda\delta}(\frac{u}{\lambda})^{\frac{1}{\delta}-1}du$$

فإن m_1 تأخذ الشكل الاتي:

$$m_1=\frac{\alpha}{\alpha+1}\lambda\delta\int_{0}^{\infty}\left[(\frac{u}{\lambda})^{\frac{1}{\delta}}\right]^{\delta-1}e^{-u}\ \frac{1}{\lambda\delta}(\frac{u}{\lambda})^{\frac{1}{\delta}-1}du$$

$$m_1=\frac{\alpha}{\alpha+1}\int_{0}^{\infty}(\frac{u}{\lambda})^{1-\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\delta}-1}e^{-u}\,du$$

$$m_1 = \frac{\alpha}{\alpha+1}\int_0^{\infty} e^{-u}\ du$$

$$m_1 = \frac{\alpha}{\alpha+1} \quad \ldots .1$$

وإذا أخذنا الحد الثاني ونفرض أن m_2 على الشكل الاتي:

$$\mathrm{m}_2 = \frac{1}{\alpha+1}\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha+1}\right) 2\theta\mathrm{t}.\,\mathrm{e}^{-\theta \mathrm{t}^2} \ \ \mathbf{dt}$$

وبوضع:

$$z = \theta t^2 \ \ , t^2 = \frac{z}{\theta} \quad , \qquad t = (\frac{z}{\theta})^{\frac{1}{2}} \quad , \quad dt = \frac{1}{2\theta}(\frac{z}{\theta})^{\frac{-1}{2}} dz$$

فإن m_2 تأخذ الشكل الاتي:

$$m_2 = \frac{1}{\alpha+1}\ 2\theta \int_0^{\infty} (\frac{z}{\theta})^{\frac{1}{2}} e^{-z} \frac{1}{2\theta} (\frac{z}{\theta})^{\frac{-1}{2}} dz$$

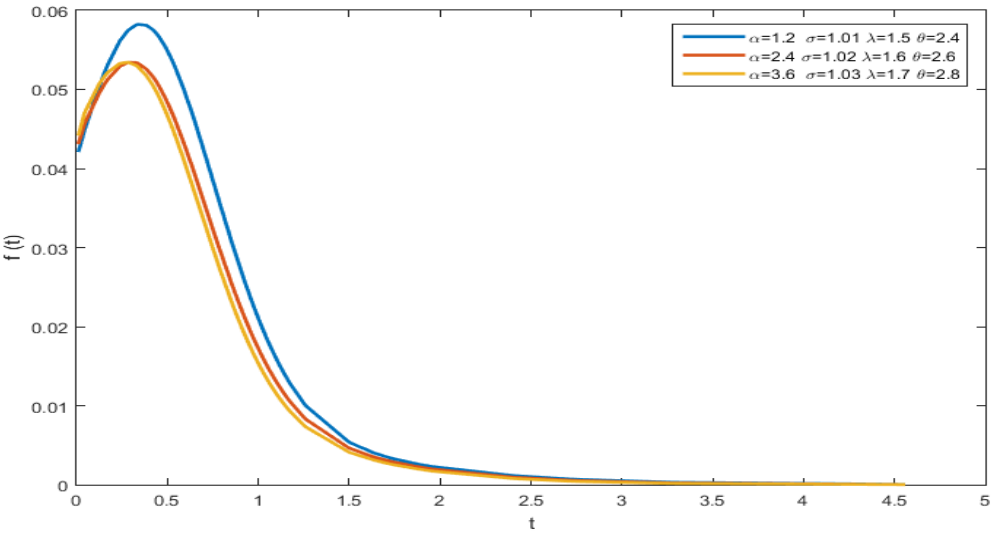
$$m_2 = \frac{1}{\alpha+1}\int_0^{\infty} e^{-z}\, dz$$

$$m_2 = \frac{1}{(\alpha+1)} \quad \ldots .2$$

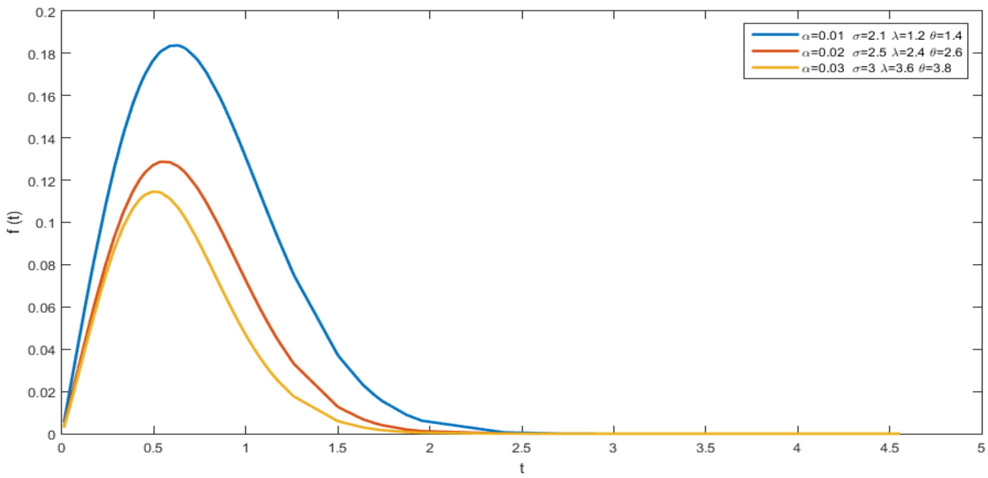
إذن:

$$f(\alpha,\delta,\lambda,\theta,t) = \frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha+1} = 1$$

يتحقق شرط كون الدالة احتمالية وموجبة لجميع قيم المتغير العشوائي (t)، والاشكال التالية توضح منحني دالة الكثافة الاحتمالية عند قيم مختلفة لمعلمات للتوزيع المختلط (وبيل –رايلي)



شكل (2-2) يمثل منحني دالة pdf للتوزيع المختلط (ويبل-رايلي)



شكل (2-3) يمثل منحني دالة pdf للتوزيع المختلط (ويبل-رايلي)

وبذلك تكون الدالة التجميعية التراكمية للتوزيع المختلط الجديد (ويبل-رايلي) كالاتي:

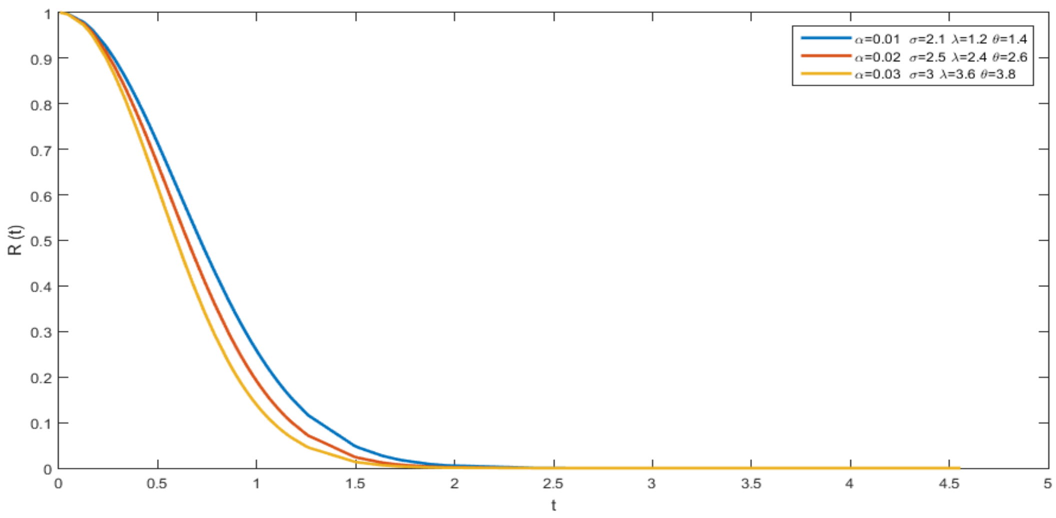
$$F(\alpha,\delta,\lambda,\theta,t) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\left(1-e^{-\lambda x^{\delta}}\right) + \left(\frac{1}{\alpha+1}\right)\left(1-e^{-\theta x^{2}}\right) \quad \ldots\ldots(2-23)$$

ودالة الموثوقية للتوزيع المختلط الجديد (ويبل – رايلي) تكون على الشكل الاتي:

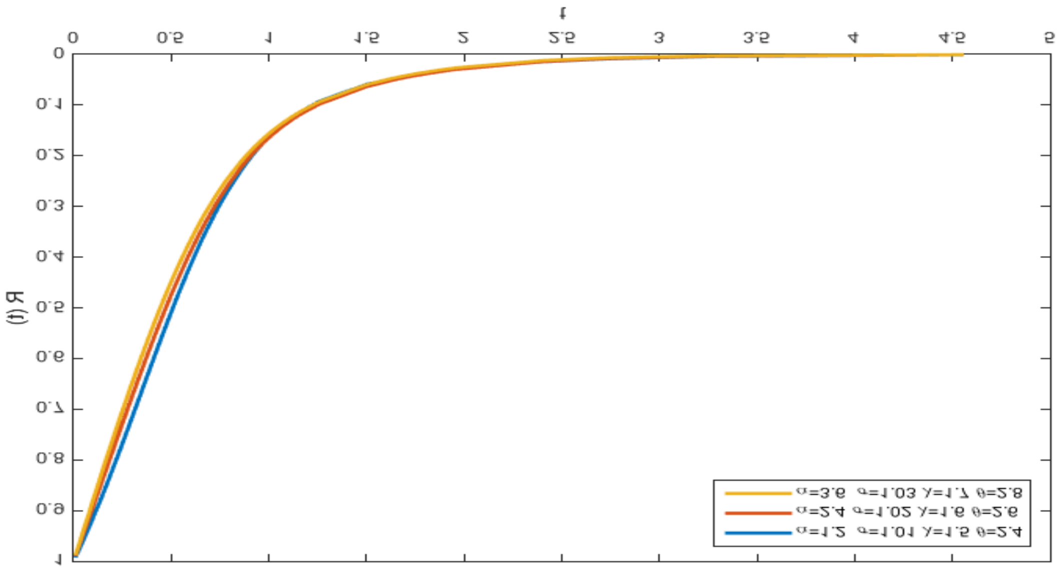
$$R(\alpha,\delta,\lambda,\theta,t) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\left(e^{-\lambda t^{\delta}}\right) + \left(\frac{1}{\alpha+1}\right)\left(e^{-\theta t^{2}}\right) \ldots\ldots(2-24)$$

وعند ضرب المتغير العشوائي t بمقدار الضبابية $\tilde{A}_i$ والتي تمثل الفترة المغلقة $[0,1]$ يتحصل لدينا دالة الموثوقية الضبابية الاتية:

$$\check{R}(\alpha,\delta,\lambda,\theta,t,\tilde{A}_i) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\left(e^{-\lambda\tilde{A}_i t^{\delta}}\right) + \left(\frac{1}{\alpha+1}\right)\left(e^{-\theta\tilde{A}_i t^{2}}\right) \ldots\ldots(2-25)$$



الشكل (2-4) يمثل منحني دالة الموثوقية للتوزيع المختلط (ويبل -رايلي)



الشكل (2-5)يمثل منحني دالة الموثوقية للتوزيع المختلط (ويبل -رايلي)

١ـ ٨طرق التقدير: Estimation Methods

التقدير عملية رياضية الهدف منها إيجاد مقدر معلمة المجتمع المجهولة وفق العينة المستخدمة. ونستعرض هنا الطرق التالية:

١ـ٨ـ١طريقة الامكان الأعظم: (MLE) Maximum Likelihood Method (22،23،24)

دالة الإمكان الأعظم للمتغيرات العشوائية المستقلة $t_1, t_2, \ldots \ldots, t_n$ ستكون بالشكل التالي:

$$L(t_{1,}t_2, \dots\dots, t_n, \alpha, \delta, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i, \alpha, \delta, \lambda, \theta) \quad \dots\dots (2-40)$$

صيغة التوزيع المختلط (ويبل -ريلي) في $(40 - 2)$ يمكن كتابته على الشكل الاتي:

$$f\,(t; \alpha; \theta; \lambda; \delta) = \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha} + \frac{2\theta e^{-\theta t^2}}{(1+\alpha)}$$

$$L(t_1, t_2, t_3, \dots\dots, t_n, \alpha; \theta; \lambda; \delta) = \sum \left(\frac{e^{-ti^{\delta}\lambda} ti^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha} + \frac{2\theta e^{-\theta ti^2}}{(1+\alpha)} \right)$$

وبتعظيم الدالة واخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين نحصل على:

$$lnL(t_1, t_2, t_3, \dots\dots, t_n, \alpha; \theta; \lambda; \delta) = \sum_{i=1}^{n} ln \left(\frac{e^{-ti^{\delta}\lambda} ti^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha} + \frac{2\theta e^{-\theta ti^2}}{(1+\alpha)} \right) \quad (2-41)$$

وبالاشتقاق الجزئي لمعلمات التوزيع المختلط (ويبل-ريلي) نحصل على الاتي:

اولاً: بالاشتقاق للمعلمة $(\boldsymbol{\alpha})$ باستخدام المعادلة (2-41)

$$\frac{\partial lnL}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{-\frac{2e^{-t^2\theta}\theta}{(1+\alpha)^2} - \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{(1+\alpha)^2} + \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \delta\lambda}{1+\alpha}}{\frac{2e^{-t^2\theta}\theta}{1+\alpha} + \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha}} \right) = 0 \quad (2-42)$$

ثانياً: بالاشتقاق للمعلمة$(\boldsymbol{\theta})$ باستخدام المعادلة (2-41)

$$\frac{\partial lnL}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\frac{2e^{-t^2\theta}}{1+\alpha} - \frac{2e^{-t^2\theta} t^2\theta}{1+\alpha}}{\frac{2e^{-t^2\theta}\theta}{1+\alpha} + \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha}} \right) = 0 \qquad (2-43)$$

ثالثاً: بالاشتقاق للمعلمة$(\boldsymbol{\delta})$ باستخدام المعادلة (2-41)

$$\frac{\partial lnL}{\partial \delta} = -\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\lambda}{1+\alpha} + \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda Ln[t]}{1+\alpha} - \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+2\delta} \alpha\delta\lambda^2 Ln[t]}{1+\alpha}}{\frac{2e^{-t^2\theta}\theta}{1+\alpha} + \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha}} \right) = 0 \quad (2-44)$$

رابعاً: بالاشتقاق للمعلمة ((2-41 باستخدام المعادلة $\boldsymbol{\lambda}$

$$\frac{\partial lnL}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta}{1+\alpha} - \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+2\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha}}{\frac{2e^{-t^2\theta}\theta}{1+\alpha} + \frac{e^{-t^{\delta}\lambda} t^{-1+\delta} \alpha\delta\lambda}{1+\alpha}} \right) = 0 \qquad (2-45)$$

المعادلات(2-42),(2-43),(2-44),(2-45) وباستخدام احدى الطرائق التكرارية العددية نحصل على مقدرات الإمكان الأعظم للتوزيع المختلط (ويبل -رايلي) باستخدام طريقة(f.solve) نحصل على المقدرات $\left(\hat{\alpha}_{MLE}, \hat{\lambda}_{MLE}, \hat{\delta}_{MLE,}, \hat{\theta}_{MLE}\right)$وبتعويض المقدرات في المعادلة $(25-2)$نحصل على مقدرات الموثوقية الضبابية لهذه الطريقة:

$$\widehat{R}_{MLE}(t) = \left(\frac{\widehat{\alpha}_{MLE}}{\widehat{\alpha}_{MLE}+1}\right)\left(e^{-\widehat{\lambda}_{MLE}\tilde{A}_i t^{\widehat{\delta}_{MLE}}}\right) + \left(\frac{1}{\widehat{\alpha}_{MLE}+1}\right)\left(e^{-\widehat{\theta}_{MLE}\tilde{A}_i t^2}\right) \qquad (2-46)$$

١-٨-٢طريقة العزوم: Method of Moments[25،26،27]

تعتمد هذه الطريقة على تقدير عزوم المجتمع (الغير معلومة) بدلالة عزوم العينة (المعلومة) وذلك بمساواة عزوم العينة لعزوم المجتمع والمعرفة على الشكل التالي:

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^r}{n}$$

$$\mu_r = E(t) \qquad \ldots(2)$$

$$m_r = \mu_r \qquad \ldots..(3)$$

نحصل على اربعة معادلات لعزوم العينة هي:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} \qquad (1)$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^2}{n} \qquad (2)$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^3}{n} \qquad (3)$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^4}{n} \qquad (4)$$

طبقا لتوزيع الجديد (W-R) وبمساواة عزوم العينة مع عزوم المجتمع تكون المعادلات كالتالي:

$$\frac{\alpha}{(\alpha+1)\lambda^{\frac{1}{\delta}}}\,\Gamma\left(\frac{1}{\delta}+1\right) + \frac{1}{(\alpha+1)\theta^{\frac{1}{2}}}\,\frac{1}{2}\sqrt{\pi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} \qquad (2-47)$$

$$\frac{\alpha}{(\alpha+1)\lambda^{\frac{2}{\delta}}}\,\Gamma\left(\frac{2}{\delta}+1\right) + \frac{1}{(\alpha+1)\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^2}{n} \qquad (2-48)$$

$$\frac{\alpha}{(\alpha+1)\lambda^{\frac{3}{\delta}}}\,\Gamma\left(\frac{3}{\delta}+1\right) + \frac{1}{(\alpha+1)\theta^{\frac{3}{2}}}\,\frac{3}{4}\sqrt{\pi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^3}{n} \qquad (2-49)$$

$$\frac{\alpha}{(\alpha+1)\lambda^{\frac{4}{\delta}}}\,\Gamma\left(\frac{4}{\delta}+1\right) + \frac{1}{(\alpha+1)\theta^{2}}\,\frac{15}{8}\sqrt{\pi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^4}{n} \qquad (2-50)$$

وبمساواة عزوم العينة مع عزوم المجتمع للمعادلات(2-47), (2-48),(2-49), (2-50) نحصل على منظومة معادلات لا خطية وباستخدام طريقة (*f.solve*) نحصل على مقدرات العزوم $\left(\hat{\alpha}_{mom}, \hat{\lambda}_{mom}, \hat{\delta}_{mom,}, \hat{\theta}_{mom}\right)$ وبتعويض المقدرات في المعادلة $(2-22)$ نحصل على مقدرات الموثوقية الضبابية لهذه الطريقة:

$$\widehat{R}_{mom}(t) = \left(\frac{\widehat{\alpha}_{mom}}{\widehat{\alpha}_{mom}+1}\right)\left(e^{-\widehat{\lambda}_{mom}\tilde{A}_i t^{\widehat{\delta}_{mom}}}\right) + \left(\frac{1}{\widehat{\alpha}_{mom}+1}\right)\left(e^{-\widehat{\theta}_{mom}\tilde{A}_i t^2}\right) \dots (2-51)$$

١-٨-٣طريقة التقديرات التجزيئية Method of Percentiles: Estimators [29،28]

تقدر هذه الطريقة بالاعتماد على دالة الكثافة التجميعية، حيث نفترض ان w_i هو مقدر دالة التوزيع التجميعية $F(t_i)$،وبذلك يمكننا إيجاد المقدرات التي تجعل الدالة $\sum_{i=1}^{n}[w_i - F(x_i)]^2$ في نهايتها الصغرى، وكالتالي:

اولاً: لتقدير المعلمة α

$$F(t_i) = \frac{\alpha}{\alpha+1}\left(1-e^{-\lambda t^{\delta}}\right) + \frac{1}{\alpha+1}\left(1-e^{-\theta t i^2}\right) \quad \dots\dots (2-52)$$

حيث أن ti يمثل الإحصاءات المرتبة، والمقدر اللامعلمي wi ويأخذ الصيغة الاتية:

$$wi = \frac{i}{n+1}$$

$$wi = \frac{i+\frac{3}{8}}{n+\frac{1}{4}}$$

$$wi = F(t; \alpha; \theta; \lambda; \delta)$$

وعند مساواة المقدر w_i بدالة التوزيع التجميعية نحصل على:

$$w_i = \left[\frac{\alpha}{(1+\alpha)}\left[1-e^{-t^{\delta}\lambda}\right] + \frac{1}{1+\alpha}\left[1-e^{-\theta t i^2}\right]\right]$$

وبأخذ اللوغاريتم لكلا طرفي المعادلة نحصل على:

$$\ln\ wi = \ln\left[\frac{\alpha}{(1+\alpha)}\left[1-e^{-t^{\delta}\lambda}\right] + \frac{1}{1+\alpha}\left[1-e^{-\theta t i^2}\right]\right]$$

وعند مساواة المعادلة بالصفر وتربيعها وإدخال الجمع عليها نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\ln\ wi - \ln\left[\frac{\alpha}{(1+\alpha)}\left[1-e^{-t^{\delta}\lambda}\right] + \frac{1}{1+\alpha}\left[1-e^{-\theta t i^2}\right]\right]\right]^2 = 0 \quad \dots\dots (2-53)$$

لاشتقاق المعلمة α والقسمة على 2

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\ln(w_i)+\ln(\hat{\alpha}+1)-\ln\left(\hat{\alpha}-\hat{\alpha}e^{-\hat{\lambda}t^{\hat{\delta}}}+\left(1-e^{-\hat{\theta}t^2}\right)\right)\right]\left[\frac{1}{\hat{\alpha}}-\frac{1-e^{-\lambda t_i^{\hat{\delta}}}}{\left(\hat{\alpha}-\hat{\alpha}e^{-\hat{\lambda}t_i^{\hat{\delta}}}\right)+\left(1-e^{-\hat{\theta}t_i^2}\right)}\right]=0\ldots(2-54)$$

نحصل على:

$$\frac{\partial lnPEM}{\partial\alpha}=-2\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(-\frac{1-e^{-t^2\theta}}{(1+\alpha)^2}-\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{(1+\alpha)^2}+\frac{1-e^{-t^\delta\lambda}}{1+\alpha}\right)\left(\mathrm{Ln}[wi]-\mathrm{Ln}\left[\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}\right]\right)}{\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}}=0\quad(2-55)$$

ثانياً: تقدير المعلمة $\boldsymbol{\lambda}$

نشتق المعادلة $(53-2)$ بالنسبة الى $\boldsymbol{\lambda}$ لجعل المعادلة في نهايتها الصغرى وبالقسمة على 2 نحصل:

$$\frac{\partial lnPEM}{\partial\lambda}=-2\sum_{i=1}^{n}\frac{e^{-t^\delta\lambda}t^\delta\alpha\left(\mathrm{Ln}[wi]-\mathrm{Ln}\left[\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}\right]\right)}{(1+\alpha)\left(\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}\right)}=0\qquad(2-56)$$

ثالثاً: تقدير المعلمة $\boldsymbol{\delta}$

نشتق المعادلة $(53-2)$ بالنسبة الى δ لجعل المعادلة في نهايتها الصغرى وبالقسمة على 2 نحصل على:

$$\frac{\partial lnPEM}{\partial\theta}=-2\sum_{i=1}^{n}\frac{e^{-t^2\theta}t^2(\mathrm{Lnwi}]-\mathrm{Ln}[\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}])}{(1+\alpha)\left(\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}\right)}=0\qquad(2-57)$$

رابعاً: تقدير المعلمة $\boldsymbol{\theta}$

نشتق المعادلة $(53-2)$ بالنسبة الى θ لجعل المعادلة في نهايتها الصغرى وبالقسمة على 2 نحصل على:

$$\frac{\partial\mathrm{lnPEM}}{\partial\delta}=-2\sum_{i=1}^{n}\frac{e^{-t^\delta\lambda}t^\delta\alpha\lambda\mathrm{Ln}[t]\left(\mathrm{Ln}[wi]-\mathrm{Ln}\left[\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}\right]\right)}{(1+\alpha)\left(\frac{1-e^{-t^2\theta}}{1+\alpha}+\frac{\left(1-e^{-t^\delta\lambda}\right)\alpha}{1+\alpha}\right)}=0\quad(2-58)$$

المعادلات(2-55), (2-56),(2-57), (2-58) نحصل على منظومة معادلات لا خطية وباستخدام طريقة (*f.solve*) نحصل على مقدرات طريقة المقدرات التجزيئية $(\hat{\alpha}_{per},\hat{\lambda}_{per},\hat{\delta}_{per},\hat{\theta}_{per})$ وبتعويض المقدرات في المعادلة (2-22) نحصل على مقدرات الموثوقية الضبابية لهذه الطريقة وكالاتي:

$$\hat{R}_{per}(t)=\left(\frac{\hat{\alpha}_{per}}{\hat{\alpha}_{per}+1}\right)\left(e^{-\hat{\lambda}_{per}\tilde{A}_i t^{\hat{\delta}_{per}}}\right)+\left(\frac{1}{\hat{\alpha}_{per}+1}\right)\left(e^{-\hat{\theta}_{per}\tilde{A}_i t^{2}}\right)\ldots(2-55)$$

١-٩ المحاكاة: Simulation [31]

تتضمن تجارب المحاكاة المراحل التالية:

المرحلة الأولى:

يتم فيها اختيار القيم الافتراضية وكما يلي:

١- تحديد حجوم العينات المفترضة وكما يلي:

n= 30, 50, 75,100

٢- يتم اختيار القيم الافتراضية للمعلمات وكما يلي:

Model	$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\lambda}$
1	**1.3**	**0.7**	**1.1**	**0.3**
2	**-0.005**	**1.9**	**2.5**	**0.5**
3	**0.005**	**0.9**	**2.9**	**1.1**

جدول(2-1) القيم الافتراضية لمعالم التوزيع المختلط (ويبل – رايلي)

٣- اختيار قيم $\tilde{K}_\iota$ عامل الضبابية كانت ضمن الفترة المغلقة [0,1] كالتالي:

$\tilde{K}_\iota$	0.3	0.7	0.9

المرحلة الثانية:

وهي المرحلة الخاصة بتوليد البيانات العشوائية التي تخضع للتوزيع المختلط (ويبل - رايلي) وذلك باستخدام طريقة المعكوس لدالة cdf وكما يلي:

$$u = F(x)$$

$$x = F^{-1}(u)$$

المرحلة الثالثة:

هي مرحلة التقدير والتي فيها يتم الحصول على مقدرات المعلمات ودالة الموثوقية الضبابية للتوزيع المختلط (W.R) وذلك باستخدام الطرق المشار اليها في الجانب النظري.

المرحلة الرابعة:

وهي المرحلة الاخيرة في المحاكاة (Simulation) وتختص بالمقارنة بين طرائق التقدير واختيار الطريقة الافضل باستخدام معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والذي كلما تقل قيمته يكون المقدر أفضل وتكتب صيغته كالتالي:

$$MSE\left(\widehat{\mathrm{R}}_{\widehat{\mathrm{R}}}(\mathrm{t})\right)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{R_i}(\mathrm{t})-\widehat{\mathrm{R}}_{\mathrm{i}}(\mathrm{t})\right)^2$$

n: عدد التكرارات لكل تجربه.

$\mathrm{R_i}(\mathrm{t})$:دالة الموثوقية الضبابية وفق القيم الاولية .

$\widehat{\mathrm{R}}_{\mathrm{i}}(\mathrm{t})$:مقدر دالة الموثوقية الضبابية حسب طريقة التقدير المستخدمة.

١٠-١تحليل نتائج تجربه المحاكاة : (Analysis of Simulation Result)

سيتم عرض وتحليل وتفسير نتائج المحاكاة التي تم الحصول عليها من البرنامج المكتوب بلغة (Matlab 2020) وكما يلي:

جدول رقم (2-2) يبين

قيم معلمات التوزيع المختلط للنموذج الاول عندما تكون $\left(\hat{\alpha}=1.3,\hat{\theta}=.7,\hat{\gamma}=\ 1.1\ \ ,\hat{\lambda}=0.3\right)$

والقيمة الضبابية $\widetilde{K_t}$=0.3

n	Method		Model (1) $\widetilde{K_t}$=0.3			
			$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\lambda}$
30	MLE	Par	1.02698926731210	1.26537543943037	0.8855743357855	0.4993469889099
		Mse	0.0745348601627	0.31964938751108	0.0459783654738	0.0397392219874
	MOM	Par	1.71390136288095	1.05890011730435	1.7770773787522	0.22939487780
		Mse	0.17131433819470	0.12880929420107	0.4584337768180	0.0049850832803
	PER	Par	0.03647668650295	0.16542763996105	0.0014958483843	0.0003687446678
		Mse	1.59649116375054	0.28576760811761	1.2067113711167	0.0897788891719
50	MLE	Par	1.46130294608327	0.99998944704529	1.3010334735231	0.4426954696235
		Mse	0.02601864041514	0.08999366833854	0.0404144574767	0.0203619970510
	MOM	Par	18.4812842072891	0.26509845826006	1.5585771893169	0.5140931658752
		Mse	295.196527011642	0.18913935100777	0.2102930385618	0.0458358836744
	PER	Par	0.02143086507375	0.99989863892240	0.0061363002172	0.0005182526169
		Mse	1.63473903278604	0.08993919362750	1.1965377937024	0.0896893170156
75	MLE	Par	1.38248286626732	0.48881894986273	1.2698373519828	0.4073909401601
		Mse	0.00680342322767	0.04459743593707	0.0288447261285	0.0115328140284

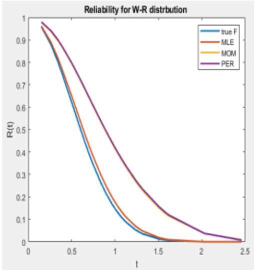
	MOM	Par	1.71948057147043	0.73807709772077	1.7552207537811	0.1796567481336
		Mse	0.17596394984115	0.00144986537083	0.4293142361855	0.0144824982697
	PER	Par	0.06347157089739	1.00000701972140	0.0003934659129	0.0004364390468
		Mse	1.52900255597896	0.09000421188211	1.2091345298070	0.0897383270509
100	MLE	Par	1.29486058394300	0.76858583958003	1.1666523829173	0.2755141435606
		Mse	2.64135974060e-05	0.00470401739089	0.0044425401485	0.0005995571655
	MOM	Par	233.782023387957	0.14159330770366	1.3064972323324	0.4880441832169
		Mse	54047.8911985585	0.31181803400133	0.0426411069609	0.0353606148417
	PER	Par	0.05229777665450	0.99999774511802	0.0002826582682	7.18580975e-05
		Mse	1.55676083814129	0.08999864707589	1.2093782317056	0.0899568903089

جدول (3-2) يبين نتائج المقارنة بين طرائق التقدير للموثوقية الضبابية باستعمال متوسط مربعات الخطأ وطريقة الرتب ولمجموعة القيم الاولية للمعلمات المذكورة للنموذج الاول.

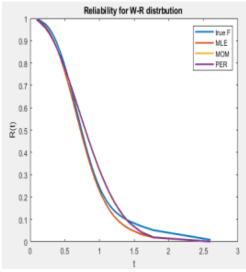
n	MLE	MOM	PER	Best
30	0.00446214583553678	0.00211379330017044	0.0489064699142374	MLE
rank	١	2	3	
50	0.000248128250819134	0.00458320578543499	0.0403641192064506	MLE
Rank	1	2	3	
75	0.0000165739036313627	0.00506649530864903	0.0477393549500455	MLE
rank	1	2	3	
100	0.0000000130272021737606	0.00187085894695364	0.0338508943619445	MLE
rank	1	2	3	

ويتضح من النتائج اعلاه ان أفضل طريقة تقدير للموثوقية الضبابية طريقة الإمكان الاعظم (MLE) عند حجم عينة (30,50,100)، وطريقة التقديرات التجزيئية عند حجم عينة (75)، حيث نلحظ ان القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية، وايضاً توضح الجداول والاشكال البيانية ادناه ان القيم التقديرية للموثوقية الضبابية متقاربه من القيم الحقيقية (الافتراضية)،

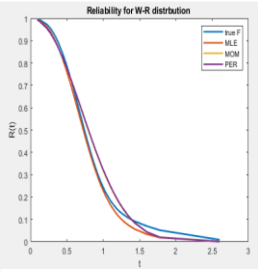
الأشكال البيانية (2-6) ولغاية (2-9) توضح تغيير دالة الموثوقية الضبابية مع الزمن للنموذج الاول عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (30,50,75,100)



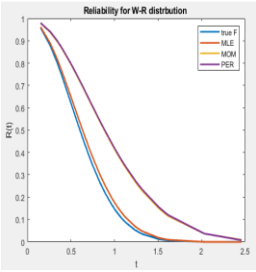
الشكل (2-6) n=30



الشكل (2-7) n=50



الشكل (2-8) n=75



الشكل (2-9) n=100

جدول رقم (2-4)

قيم معلمات التوزيع المختلط للنموذج الثاني عندما تكون $\left(\hat{\alpha} = -0.005, \hat{\theta} = 1.9, \hat{\gamma} = 2.5\ , \hat{\lambda} = 0.5\right)$

والقيمة الضبابية $\widetilde{}_{\iota} = 0.7$

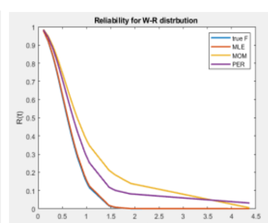
n	Method		Model (3) $\widetilde{K}_{\iota}$=0.7			
			$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\lambda}$
30	MLE	Par	-0.00400270458	1.76283379677315	1.5475523859328	0.402934798559
		Mse	9.9459815121e-07	0.01881456730766	0.9071564575422	0.009421653330
	MOM	Par	1.26661044322207	1.67479951874379	1.8730182395384	0.955603099537
		Mse	1.61699311931143	0.05071525675802	0.3931061279514	0.207574184308
	PER	Par	1.59883379390941	0.765555219952	2.6770388001575	1.708551084647
		Mse	2.57228283848585	1.28696495897811	0.0313427367612	1.460595724202
50	MLE	Par	-0.004122365621	1.83945753213333	2.5730184800326	0.572828573787
		Mse	7.7024210158e-07	0.00366539041538	0.0053316984262	0.005304001159
	MOM	Par	1.10386543989113	1.80609981738684	1.9564919351354	0.885430853439
		Mse	1.22958256378495	0.00881724429478	0.2954010165728	0.14855694278
	PER	Par	1.17765725230084	0.83411518517159	2.6083001556551	1.695571806052
		Mse	1.39867817641978	1.13611043848178	0.0117289237149	1.429391943420
75	MLE	Par	-0.004120966061	1.85642802104384	1.4922322470298	0.638283619400
		Mse	7.7270066498e-07	0.00189851735015	1.0155958439266	0.019122359394
	MOM	Par	0.80293086670352	1.82248129066300	2.0734851705835	0.233318709780
		Mse	0.65275228537230	0.00600915029727	0.1819148997121	0.071118910548
	PER	Par	0.21698936136737	1.51744852564717	2.3927363212070	0.031301292380
		Mse	0.04927927656029	0.14634563052952	0.0115054967882	0.219678478524
100	MLE	Par	-0.0047964690489	1.88757718179608	2.5302773764404	0.455543558854
		Mse	4.1424848054e-08	0.00015432641212	0.0009167195241	0.001976375159
	mom	Par	0.46020427739313	1.93121602987709	2.1401649305936	0.738963331783
		Mse	0.21641501970487	0.00097444052128	0.1294812771746	0.057103473937
	PER	Par	0.09919880929696	1.65513183902162	2.5749998921503	0.246348968149
		Mse	0.01085739185890	0.05996041626093	0.0056249838225	0.064338845958

جدول (2-5) يبين نتائج المقارنة بين طرائق التقدير الموثوقية الضبابية باستعمال متوسط مربعات الخطأ وطريقة الرتب ولمجموعة القيم الاولية للمعلمات المذكورة للنموذج الثاني.

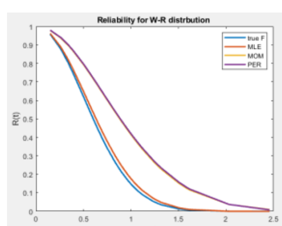
n	MEL	MOM	PER	Best
30	0.000593802038483385	0.0406769969317357	0.0422707087132769	MEL
rank	1	2	3	
50	7.32410224030908e-04	0.0263863760743999	0.0220137310261304	MEL
rank	1	3	2	
75	4.85840547797304e-04	0.0143499878772949	0.0204441644642220	MEL
rank	1	2	3	
100	9.24913287001969e-05	0.0140112845631134	0.0107910189530268	MEL
rank	1	2	3	

ويتضح من النتائج اعلاه ان أفضل طريقة تقدير للموثوقية الضبابية طريقة الإمكان الاعظم (MLE) عند حجم عينة (30,50,75,100)، حيث نلحظ ان القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية، وايضاً توضح الجداول والاشكال البيانية ادناه ان القيم التقديرية للموثوقية الضبابية متقاربه من القيم الحقيقية (الافتراضية).

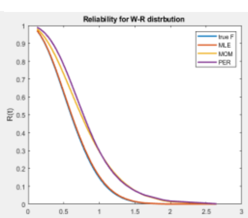
الاشكال البيانية (2-10) ولغاية (2-13) توضح تغيير دالة الموثوقية الضبابية مع الزمن للنموذج الثاني عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (30,50,75,100)



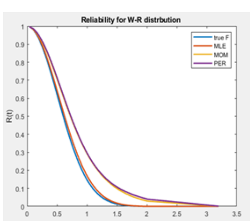
الشكل (2-10) n=30



الشكل (2-11) n=50



الشكل (2-12) n=75



الشكل (2-13) n=100

جدول رقم (2-6) يبين

قيم معلمات التوزيع المختلط للنموذج الثالث عندما تكون $(\hat{\alpha} = 0.005, \hat{\theta} = .9, \hat{\gamma} = 2.9 \ , \hat{\lambda} = 1.1)$

والقيمة الضبابية $\widetilde{K_\iota}$=0.9

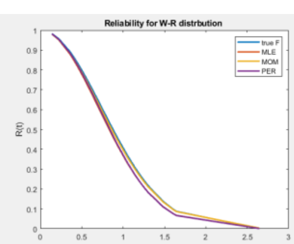
n	Method		Model (1) $\widetilde{K_\iota}$=0.9			
			$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\lambda}$
30	MLE	Par	-8.2781578746e-11	1.00000000000000	2.9915997281137	0.6417549214792
		Mse	2.50000008278e-05	0.01000000000000	0.0083905101905	0.2099885519884
	MOM	Par	409.472762685752	5.37744703267165	1.9663298137060	0.9279546950287
		Mse	167663.848678875	20.0475319303802	0.8717400167741	0.0295995869626
	PER	Par	1.13957844646508	1.28983227000775	3.6599919160492	1.0074409662796
		Mse	1.28726825118312	0.15196919873939	0.5775877124601	0.0085671747232
50	MLE	Par	3.205296811e-13	1	2.8392313689198	1.2506304827200
		Mse	2.4999999996e-05	0.01000000000000	0.0036928265233	0.0226895423244
	MOM	Par	86.0820994495053	0.12845928843994	2.3908916270204	0.8607514980898
		Mse	7409.26704964002	0.59527506959459	0.2591913354378	0.0572398456662
	PER	Par	0.04716626805152	0.98802233984891	2.9394774416203	1.0929300892079
		Mse	0.0017779941613	0.00774793231247	0.001558468396	4.998363882e-05
75	MLE	Par	-1.9289494371e-11	1.00000000000010	2.4615505477958	0.1280686250396
		Mse	2.50000001929e-05	0.01000000000001	0.1922379221380	0.9446505976322
	MOM	Par	21.9347207394271	0.49204924736786	2.9268223001385	1.1230487182555
		Mse	480.912651709257	0.16642381657312	0.0007194357847	0.0005312434132
	PER	Par	0.06153144436671	0.65225114839241	2.6455632476066	0.9989736524427
		Mse	0.00319580420218	0.06137949347287	0.0647380609684	0.0102063229007
100	MLE	Par	-1.0172704339e-13	0.99999999999999	2.7386286133792	0.8328007558079
		Mse	2.50000000013e-05	0.00999999999999	0.0260407244198	0.0713954360967
	MOM	Par	10.4686477872132	9.89163458996309	2.6343203577116	0.8982251493404
		Mse	109.487925014851	80.8494925994207	0.0705856723264	0.0407130903586
	PER	Par	0.04492970278582	0.97902059051209	2.9608109751095	1.0496928450846
		Mse	0.00159438116456	0.00624425372487	0.0036979746937	0.0025308098356

جدول (2-7) يبين نتائج المقارنة بين طرائق التقدير للموثوقية الضبابية باستعمال متوسط مربعات الخطأ وطريقة الرتب ولمجموعة القيم الاولية للمعلمات المذكورة للنموذج الثالث.

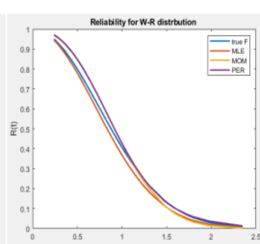
n	MLE	MOM	PER	Best
30	0.000979485061712461	0.00668089756680248	0.00741018881704943	MLE
rank	1	3	2	
50	0.000823543105061180	0.00579121598442076	0.00480235671050826	MLE
Rank	1	3	2	
75	0.000871640204706602	0.004689223499	0.000664222844441200	PER
rank	2	3	1	
100	1.809558246653e-06	0.00129553645441667	0.0000544306401163357	MLE
rank	1	3	2	

ويتضح من النتائج اعلاه ان أفضل طريقة تقدير للموثوقية الضبابية طريقة الإمكان الاعظم (MLE) عند حجم عينة (30,50,100)، وطريقة التقديرات التجزيئية عند حجم عينة (75)، حيث نلحظ ان القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية، وايضاً توضح الجداول والاشكال البيانية ادناه ان القيم التقديرية للموثوقية الضبابية متقاربه من القيم الحقيقية (الافتراضية).

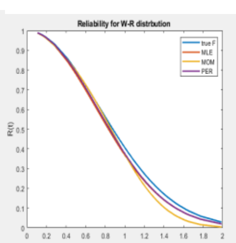
الاشكال البيانية (2-14) ولغاية (2-17) توضح تغيير دالة الموثوقية الضبابية مع الزمن للنموذج الثالث عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (30,50,75,100)



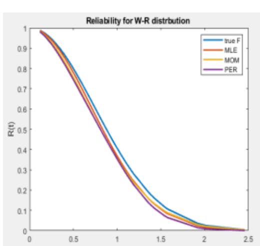
الشكل (2-14) n=30



الشكل (2-15) n=50



الشكل (2-16) n=75



الشكل (2-17) n=100

1-12النتائج:

ونلحظ من الجداول (2-2) ولغاية (2-7) والاشكال البيانية (2-1) ولغاية (2-17) التالي:

- تقارب قيم المعلمات التوزيع المختلط التقديرية من القيم الحقيقة وبصورة كبيرة جدا وكذلك تقارب قيم الموثوقية الضبابية التقديرية من القيم الحقيقية الموثوقية الضبابية ولجميع حجوم العينات.
- تناقص قيم دالة الموثوقية الضبابية بازدياد الزمن تدريجياً وهذا يطابق ما تم التطرق اليه في الجانب النظري من كون سلوك هذه الدالة يمتاز بالتناقص مع الزمن.
- الاشكال والرسوم البيانية توضح مدى التقارب بين طرائق التقدير المستخدمة في تقدير الموثوقية الضبابية للتوزيع المختلط (WR) والقيم الحقيقية لها، وهذا يبين ملائمة هذه الطرائق في عملية تقدير دالة الموثوقية الضبابية للتوزيع المختلط (WR).
- النماذج التي تكون فيها معلمة الخلط (α) قريبة من الصفر تكون الافضلية في طرائق التقدير لطريقة الامكان الاعظم (MLE) وبنسبة كبيرة جداً.
- تقارب طريقتي (MLE) و (PER) من حيث الدقة حيث كانت الافضلية لهما ولأغلبية النماذج مقارنة بطريقة (MOM).
- كلما ازداد حجم العينة كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE)الافضل وهذا ما يتطابق وسلوك هذه الدالة في التقدير الاحصائي.
- انخفاض قيم متوسط مربعات الخطأ MSE كلما زاد حجم العينة لطريقتي الامكان الاعظم والنسب ولجميع النماذج وهذا ما يطابق النظرية الإحصائية.
- يتضح من الجدول (2-3) ان أفضل نموذج لمجموعة المعلمات هو النموذج الأول ولحجم عينة 100.

تم عمل جدول مفاضلة لاختيار أفضل طريقة تقدير ولكل النماذج من خلال حساب عدد المرات التي فازت بها كل طريقة ولجميع حجوم العينات من خلال جداول تقدير المعلمات والنتائج موضحة كما في الجدول ادناه حيث فازت طريقة الامكان الاعظم وبنسبة 61.60% تليها طريقة النسب.

الجدول (2-8) يبين افضلية الطرائق في تقدير دالة الموثوقية الضبابية لكل النماذج

Method	n=30	n=50	n=75	n=100	percantage
MLE	19	16	16	18	61.60%
MOM	5	3	4	2	12.5%
PER	4	9	8	8	25.89%

1-13 التوصيات:

١- استعمال أنواع جديدة من التوزيعات المختلطة وذلك لما تمتاز به من كفاءة ومرونة عالية في تمثيل بيانات اوقات الاشتغال.
٢- استعمال طرق تقديرية أخرى كـ (وايت، العزوم الخطية، الطريقة البيزية، الخ).
٣- تطبيق النموذج الاحصائي المختلط المقترح (رايلي –ويبل).
٤- اعتماد النتائج من قبل جهة البيانات (وزارة الكهرباء) واستعمال التوزيع الاحصائي المقترح (ويبل –رايلي) في معرفة موثوقية محركات توليد الكهرباء.

المراجع: -

(1) آوجي، زينة ياوز عبد القادر، (٢٠٠٩)"، مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الأسي باستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية "، اطروحة دكتوراه، جامعة بغداد، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

(31)السراي، علي حميد يوسف، (٢٠١١)، " مقارنة بين اسلوب بيز وطريقة الامكان الاعظم لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل والنظام المتوازي مع تطبيق عملي "، رسالة ماجستير في الاحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

(**2**)Liberatore M.J., and Connelly J.F., (2001), "Applying fuzzy logic to critical path analysis", Volume 1, Management of Energy and Technology, Portland International Conference,Vol.1,No. 199, page (419).

(3) Rasulova, N., & Salieva, D. (2021). Fuzzy logic in creating adaptive intelligent learning. *InterConf*, 262-270.

(4) Thakkar, H., Shah, V., Yagnik, H., & Shah, M. (2021). Comparative anatomization of data mining and fuzzy logic techniques used in diabetes prognosis. *Clinical eHealth*, *4*, 12-23.

(**5**)Chen, Guanrong; Tat, Trung, (2001), "Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Control Systems", Boca Raton London New York Washington, Vol.54,No 6,Page (102-103) .

(6) Khan, M. J., Kumam, P., & Shutaywi, M. (2021). Knowledge measure for the q-rung orthopair fuzzy sets. *International Journal of Intelligent Systems*, *36*(2), 628-655.

(7) Riaz, M., Hashmi, M. R., Pamucar, D., & Chu, Y. M. (2021). Spherical linear Diophantine fuzzy sets with modeling uncertainties in MCDM. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, *126*(3), 1125-1164.

(8) Buckley, James J., (2006), "Fuzzy Probability and Statistics", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 1-49.

(9) Kwang H. Lee, (2004) , " First Course on Fuzzy Theory and Applications" , ISSN 16-15-3871, ISBN 3-540-22988-4 Springer ,Berlin Heidelberg NewYork, ppt:1-20.

(10) Kumar, R., & Dhiman, G. (2021). A comparative study of fuzzy optimization through fuzzy number. *International Journal of Modern Research*, *1*(1), 1-14.

(11) SARDAR, D. S., & Khanmohammadi, S. (2011). A fuzzy reliability model for series-parallel systems.

(12) Sabry, M. A., Almetwally, E. M., Alamri, O. A., Yusuf, M., Almongy, H. M., & Eldeeb, A. S. (2021). Inference of fuzzy reliability model for inverse Rayleigh distribution. *AIMS Mathematics*, *6*(9), 9770-9785.

(13) Kumar, A., Bisht, S., Goyal, N., & Ram, M. (2021). Fuzzy reliability based on hesitant and dual hesitant fuzzy set evaluation. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, *6*(1), 166.

(14) El-Morshedy, M., Eliwa, M. S., El-Gohary, A., Almetwally, E. M., & El-Desokey, R. (2022). Exponentiated generalized inverse flexible Weibull distribution: Bayesian and non-Bayesian estimation under complete and type II censored samples with applications. *Communications in mathematics and statistics*, *10*(3), 413-434.

(15) Afify, A. Z., Ahmed, S., & Nassar, M. (2021). A new inverse Weibull distribution: properties, classical and Bayesian estimation with applications. *Kuwait Journal of Science*, *48*(3).

(16) D. D. Dyer, C. W. Whisenand, Best Linear Unbiased estimator of the parameter of the Rayleigh distribution: Part- II optimum theory for selected order statistics I.EEE Trans Vol.60, 1965.

(17) Sinha, S. K., & Kale, B. K. (1980). *Life testing and reliability estimation*. New York: Wiley.

(18) Almongy, H. M., Almetwally, E. M., Aljohani, H. M., Alghamdi, A. S., & Hafez, E. H. (2021). A new extended Rayleigh distribution with applications of COVID-19 data. *Results in Physics*, *23*, 104012.

(19) Torabi, H., & Mirhosseini, S. M. (2009). The most powerful tests for fuzzy hypotheses testing with vague data. *Applied Mathematical Sciences*, *3*(33), 1619-1633.

(20) Putra, A. I. (2022). *Analisis Periode Ulang Pada Debit Sungai Krueng Aceh dengan Pendekatan MLM (Maximum Likelihood Method)* (Doctoral dissertation, Arif Iskandar Putra).

(21) Kotz, S. (1970). *Distributions in statistics: Continuous univariate distributions*. John Wiley & Sons.

(22) Sindney, y. & Ference, S. (1989) , "An Introduction to Numerical Computations" Second Edition, Macmillan Publishing Company , New York، Coolier Mec Millan.

(23) Dey, S., Alzaatreh, A., & Ghosh, I. (2021). Parameter estimation methods for the Weibull-Pareto distribution. *Computational and Mathematical Methods*, *3*(1), e1053.

(24) Afify, A. Z., Ahmed, S., & Nassar, M. (2021). A new inverse Weibull distribution: properties, classical and Bayesian estimation with applications. *Kuwait Journal of Science*, *48*(3).

(25) Schwock, F., & Abadi, S. (2021, June). Statistical properties of a modified welch method that uses sample percentiles. In *ICASSP 2021-2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)* (pp. 5165-5169). IEEE.

(26) A. Ibrahim, Nathier & A. Mohammed, Hussein, (2017), "Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential Distribution", American Journal of Mathematics and Statistics, 7(4): 143-151.

(27) Cheng, N., & Bang, Y. (2021). A comment on the practice of the Arellano-Bond/Blundell-Bond generalized method of moments estimator in IS research. *Communications of the Association for Information Systems*, *48*(1), 38.

(28) Dey, Sanku, Ayman Alzaatreh, and Indranil Ghosh. "Parameter estimation methods for the Weibull-Pareto distribution." *Computational and Mathematical Methods* 3.1 (2021): e1053.

(29) Afify, A. Z., Ahmed, S., & Nassar, M. (2021). A new inverse Weibull distribution: properties, classical and Bayesian estimation with applications. *Kuwait Journal of Science*, *48*(3).