ترشيد نموذج مصداقية بولمان – استروب لتسعير التأمينات العامة (دراسة تطبيقية)

Modification of Bühlmann – Straub Credibility Model for General Insurance Pricing (Applied Study)

أ.د/ محمد توفيق اسماعيل البلقينى
أستاذ الرياضيات والإحصاء الإكتوارى
كلية التجارة - جامعة المنصورة

أ.د/ جمال عبد الباقى واصف
أستاذ الرياضيات والإحصاء الإكتوارى
كلية التجارة - جامعة المنصورة

منال سمير البهجي درغام
مدرس مساعد بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين
كلية التجارة – جامعة المنصورة

Abstract:

Insurance companies suffered from difficulty in pricing new property and liability insurance policies as a result of the development of this type of insurance and the emergence of new insurance policies to keep pace with the impact of technological progress, and as a result of the lack of sufficient claims record (i.e. insufficient experience) to price these new policies in the Egyptian insurance market. Searching for scientifically appropriate methods for pricing various accident and liability insurance policies in order to achieve justice for the insured and adequacy for insurance companies.

The determine the fair price and flex of the important matter in the insurance and related parties. The researcher will be used the Pullman-Stroop credibility model with some modifications to it to identify and adjustment prices by applying the various accident and liability insurance policies in Misr Insurance Company, will contribute to reach a fair price and flex which changes depending on the changes in frequency and rates or severity of losses.

الملخص:

تعاني شركات التأمين صعوبة فى تسعير وثائق تأمينات الممتلكات والمسئوليات الجديدة نتيجة لتطور هذا النوع من التأمين وظهور وثائق تأمينية جديدة لمواكبة أثر التقدم التكنولوجى، ونتيجة عدم وجود سجل كافي للمطالبات (أي وجود خبرة غير كافية) لتسعير هذه الوثائق المستحدثة فى سوق التأمين المصري، فتتطلب الأمر البحث عن الأساليب المناسبة علميا لتسعير وثائق تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات بما يحقق العدالة للمؤمن لهم والكفاية لشركات التأمين.

ويعتبر تحديد السعر العادل والمرن من الأمور الهامة في التأمين وللأطراف ذات العلاقة وتستخدم الباحثة نموذج مصداقية بولمان- استروب مع إدخال بعض التعديلات عليه لتحديد وتعديل الأسعار بالتطبيق علي وثائق تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات بشركة مصر للتأمين وبما يساهم في الوصول إلى السعر العادل والمرن الذي يتغير تبعا للتغير في معدل تكرار الحوادث أو شدة خسائرها.

مقدمة:

يعد تحديد تكلفة الحماية التأمينية من القرارات الهامة في شركات التأمين، إذ يتوقف عليها نجاح شركة التأمين في الاستمرار ومزاولة الأعمال، وهذا يتوقف بدرجة كبيرة على مدى قدرة الشركة علي التحديد الدقيق لسعر الخدمة التأمينية، حيث تتسم عملية تسعير التأمينات العامة بصفة عامة وتأمينات الممتلكات والمسئوليات بصفة خاصة بالصعوبة، حيث أن أحد الجوانب الرئيسية لعملية التأمين هو عدم اليقين من السعر الفعلي لوثائق التأمين وقت البيع، ويختلف هذا مع معظم أنواع المنتجات الأخرى، حيث تكون جميع تكاليف الإنتاج معروفة مسبقا قبل عملية البيع، وحيث أن عملية التأمين تهدف إلي تعويض الخسائر المستقبلية فى حالة وقوع أحداث معينة خلال فترة زمنية محددة، فإن التكلفة الحقيقية لا تعرف إلا بعد فترة زمنية – وقت وقوع الخطر المؤمن منه- وهذا يزيد من صعوبة حساب السعر العادل للتأمين.

ويجب أن تعتمد عملية التسعير على الخبرة الماضية لشركات التأمين، وذلك بإستخدام الأسس الرياضية والإحصائية المناسبة حتى لا تتعرض شركات التأمين إلى مشاكل مالية، ومن أهم هذه الطرق الإكتوارية المستخدمة فى هذا المجال طريقة تسعير التأمين بإستخدام نظرية المصداقية Credibility Theory، وتعتمد نظرية المصداقية أساسا على نظرية التوزيعات الاحصائية.

وتستخدم نظرية المصداقية في تحديد السعر أو تعديله كلما توافرت لدينا بيانات جديدة عن الخسائر، حيث تتغير معالمها بشكل ملحوظ من وقت لآخر، أي التي تعكس خبرة المطالبات بشكل أوضح (سواء من حيث معدل تكرار المطالبات أو شدة وطأتها)، لذلك يتم أولا الاعتماد علي خبرة السنوات السابقة.

وقد أوضحت بعض الدراسات (Centeno, 1989) أن إستخدام نموذج مصداقية بولمان هو الأكثر شيوعا في تسعير التأمين من بين النماذج السابقة، ولذلك تم الإعتماد علي دراسة النموذج المطور عنه وهو نموذج مصداقية بولمان- استروب Bühlmann-Straub Credibility حيث استخدم طريقة المربعات الصغرى لتقدير معادلة المصداقية، وتطويره بعد إدخال بعض التعديلات عليه لتحديد وتعديل الأسعار، وبما يساهم للوصول إلي السعر العادل والمرن الذي يتغير تبعا للتغير في معدلات تكرار الخسائر أو شدتها.

وتواجه شركات التأمين صعوبة فى تسعير وثائق تأمينات الممتلكات والمسئوليات الجديدة نتيجة لتطور هذا النوع من التأمين وظهور وثائق تأمينية جديدة لمواكبة أثر التقدم التكنولوجى. ونتيجة عدم وجود سجل كافي للمطالبات (أي وجود خبرة غير كافية) لتسعير هذه الوثائق المستحدثة فى سوق التأمين المصرى سواء الفردية أو الجماعية لتعدد الأخطار المراد توفير الوثائق للتغطية التأمينية منها.

ومع انعكاس ذلك على التكلفة التأمينية التي تتحملها شركات التأمين، يتطلب الأمر البحث عن الأساليب المناسبة علميا لتسعير وثائق تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات بما يحقق العدالة للمؤمن لهم والكفاية لشركات التأمين.

وتأسيسا علي ما سبق، يعتمد تحديد تكلفة الحماية التأمينية التي يقدمها عقد التأمين علي دراسة نموذج مصداقية بولمان- استروب الذي يستخدم مجموعة من الأفكار أو الأساليب لتحديد سعر الخطر وتعديله بصفة منتظمة كلما توافرت لدينا بيانات حديثة عن الخسائر، وتظهر أهمية هذا

النموذج عندما يكون حجم البيانات المتوافرة عن الخطر غير كافية Limited Claim Histories أو عن أخطار مستحدثة لم يتوافر بيانات عنها بعد، حيث إنه في هذه الحالة يتم الإستعانة بالبيانات الفردية Individual Data بالإضافة إلى البيانات الإضافية Collateral Data لتحديد السعر أو تعديله.

وعند تطبيق نموذج مصداقية بولمان- استروب بصورته المباشرة (Bühlmann and Gisler, 2005) نجد أنه يتم حساب سعر التأمين معتمدا علي متوسط تكلفة المطالبة بدون الأخذ في الاعتبار العوامل المؤثرة في الخطر والتي تتغير من فترة لأخرى، وهذا غير مناسب لتسعير بعض أنواع التأمين المستحدثة والجديدة في سوق تأمينات الممتلكات والمسئوليات، وعلي ذلك يطور نموذج مصداقية بولمان- استروب مع إدخال بعض التعديلات عليه حتي يمكن تحديد سعر التأمين الصافي العادل والمرن والذي يمكن تغييره كلما حدث تغير في معدل تكرار الحوادث أو شدة خسائرها.

ويهدف هذا البحث إلي ما يلي:

1- تطوير نظرية بولمان- استروب للمصداقية وهي من أهم نماذج التسعير التي يعتمد بناؤها علي خبرة غير كافية، والتوصل إلي نموذج كمى مقترح معتمدا علي شدة ومعدل تكرار المطالبات لتقدير سعر عادل للوثائق تأمين الحوداث المتنوعة والمسئوليات مع تطبيق النموذج المقترح على بعض أنواع من هذه الوثائق كمحاولة للوصول إلي سعر تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات في سوق التأمين المصري الذي يحقق العدالة والمرونة والكفاية.
2- تطوير نموذج مصداقية بولمان- استروب من خلال إستخدام تقسيم وحدات الخطر إلي عدة فئات، وحساب قسط المصداقية حسب العوامل المؤثرة في درجة الخطورة.
3- تقدير سعر تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات في سوق التأمين المصري بطريقة تتناسب مع ما يقدمه من تغطيات تأمينية جديدة وبما يتفق مع درجات الخطورة لكل منهما وذلك إعتمادا علي الخبرات المتراكمة.
4- تطبيق نموذج مصداقية بولمان- استروب لتحديد السعر وتعديله كلما توافرت بيانات خبرة جديدة وهو نموذج ملائم لتأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات، والذي يتصف بوفرة عدد الوحدات المعرضة للخطر.

وتعود أهمية هذا البحث إلى الزيادة المستمرة في شراء أنواع جديدة من وثائق تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات، وتوفير دوال إحصائية للتسعير بحيث يحقق عدالة التسعير علي أسس علمية والتي تنعكس بالضرورة علي أطراف العلاقة التأمينية وعلي مستوي المجتمع أيضا، وتتمثل علي النحو التالي:

أ) بالنسبة للمجتمع:

1- المساعدة في تحقيق الاستقرار الإجتماعي والإقتصادي لأفراد المجتمع.
2- تقليل المساعدات الإجتماعية التي تقدمها الدولة من خلال الصندوق الحكومي.
3- زيادة الإستثمارات في الدولة ككل.

ب) بالنسبة لشركات التأمين:

1- مواكبة التطورات الحديثة في مجال تسعير فرع الحوادث المتنوعة بأسواق التأمين المصرية، بما يعود بالفائدة علي كل من شركات التأمين المصرية وجمهور المؤمن لهم على حد سواء.
2- إتاحة فرصة أفضل لشركات التأمين المصرية للقيام بالتخطيط من أجل تغطية أفضل للاحتياجات المالية لهذه الشركات.
3- إتاحة الفرصة لشركات التأمين المصرية في إدارة الأخطار المالية والاكتتابية بدرجة مرتفعة من الكفاءة والفعالية.
4- العدالة في حساب قسط التأمين يشعر المؤمن له بالثقة في الشركة.
5- سرعة البت في مطالبات المضرورين وأسرهم بالتعويض الملائم مما ينعكس بالسمعة الطيبة علي شركات التأمين بصفة خاصة وعلي سوق التأمين بصفة عامة.

جـ) بالنسبة للمؤمن لهم:

1- تحقيق مبدأ العدالة للمؤمن لهم بالنسبة لقيمة الأقساط المدفوعة بحيث يتناسب مع درجة الخطورة المؤمن ضدها.
2- وجود حماية كاملة من شخص ذو ملاءة مالية.

وتقتصر البيانات المستخدمة في هذا البحث علي فرع تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات تم تجميعها من شركة مصر للتأمين، وتعبر هذه البيانات عن سجل للمطالبات لدى الشركة لبعض وثائق فرع تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات، والتي تم الكشف عنها من قبل الشركة وهم: وثيقة تأمين حماية الأسرة ومسكنها، ووثيقة تأمين الضمان (خيانة الأمانة)، ووثيقة السرقة بالإكراه، وتأمين كسر الزجاج، ووثيقة أخطار السفر للخارج في فرع تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات وذلك عن الفترة (2016-2020م).

ويتم تقسيم البحث إلى ما يلى:

أولا: مفهوم نظرية المصداقية وتطورها.

ثانيا: ترشيد نموذج مصداقية بولمان- استروب لتسعير وثائق فرع تأمينات الحوداث المتنوعة والمسئوليات.

ثالثا: تطبيق النموذج المقترح والنتائج وتوصيات البحث.

أولا:مفهوم نظرية المصداقية وتطورها

إن أول من إستخدم نظرية المصداقية فى التسعير من الخبرة السابقة إكتوارى Whitney وذلك فى عام 1918، حيث إستخدامها فى تسعير تأمين المسئولية المدنية لأصحاب الأعمال نحو إصابات العمل للعاملين، وقد ظهرت فى ذلك الوقت بعض الشركات الكبيرة التي تستخدم أعدادا كبيرة من العاملين وكانت خبرة عملياتها جيدة، مما جعل هذه الشركات تضغط على شركات التأمين لتخفيض قسط التأمين بناء علي إنخفاض معدل التعويضات الخاص بها.

وقد استخدمت هذه النظرية لتحديد أقساط وثائق التأمين قصيرة الأجل منذ استخدامها وحتي الآن، وهو ما يناسب التسعير في مجال التأمينات العامة ، حيث إن قسط التأمين المحدد عن طريق هذه النظرية يتحدد بإنتظام بعد تحديث البيانات، وعلى الرغم من أن تحديد الأقساط ما زال هو الأساس فى دراسة المصداقية، فيمكن أن تطبق أفكار نظرية المصداقية في قطاعات أخرى غير قطاع التسعير فى قطاع التأمين مثل قطاع تحديد احتياطيات الخسائر. (محمد توفيق البلقيني ورأفت أحمد، 2015)

مفهوم نظرية المصداقية:

تعرف نظرية المصداقية بأنها مقياس لدرجة الثقة في البيانات المتوافرة عن الخبرة الماضية لتقدير بعض المعلمات المستخدمة في تحديد السعر، وتقوم علي بعض الإجراءات لتقديم طريقة مناسبة لإعطاء وزن لبيانات الخبرة الحالية لقيم التعويضات المدفوعة لخطر ما، مع الأخذ فى الاعتبار معرفتنا السابقة عن هذا الخطر. وتتوقف المعرفة السابقة هذه إما على بيانات من خبرة سنوات سابقة لنفس تقسيمات الخطر، أو بيانات من خبرة سابقة أخرى لهذا الخطر، وبناء على ما سبق يتم تجميع بيانات الخبرة الماضية على أساس فترتين زمنيتين مختلفتين أو على أساس مصدرين مختلفتين، وذلك بهدف تقليل تأثير التغيرات العشوائية فى خبرة الخسائر على معدل السعر.

يتم حساب القيمة المرجحة للقسط بإستخدام نظرية المصداقية (Khapaeva, 2014) من خلال وجود العلاقة بين البيانات الناتجة عن الخبرة السابقة والبيانات المشتقة ذات الصلة بالخطر وذلك من خلال المعادلة التالية:

$$\text{Estimate Value} = Z(observation) + (1 - Z)(other\ information)$$

$$C = Z\,\bar{X} + (1 - Z)\mu \qquad ,0 \le Z \le 1$$

حيث أن:

C : قسط المصداقية المرجح للوثيقة.

$\bar{X}$: متوسط قيم المطالبات للوثيقة خلال سنوات الخبرة السابقة.

μ : المتوسط العام لقيم مطالبات جميع وثائق التي لها علاقة بموضوع الدراسة (من واقع الخبرة الحالية) فمثلا يمكن أخذ بعض البيانات الخاصة بأخطار مماثلة وليس بالضرورى أن تكون متطابقة للخطر الذى نقوم بدراسته.

Z : معامل المصداقية ويقصد به مدى ثقتنا بموضوعات الدراسة وهو رقم يقع بين ما بين الصفر والواحد الصحيح .

$(1 - Z)$: يمثل ثقتنا المكملة لمعامل المصداقية. (أي مكمل معامل المصداقية)

وتمثل القيمة المرجحة لقسط المصداقية دالة خطية بين بيانات الخبرة السابقة الخاصة بالخطر و البيانات الأخري ذات الصلة به.

مفهوم معامل المصداقية:

معامل المصداقية هو معامل مستنتج من نتائج الماضى للتحكم في المستقبل، بحيث يعطي نتائج يمكن الاعتماد عليها مستقبلا، وفي حدود ما توفر من بيانات عن خبرة الماضي. حيث يسمي ذلك

المعامل في معادلة التسعير بمعامل المصداقية، وهو ذلك المقياس الذي يعطيه الاكتواري لحجم معين من البيانات عند تحديد سعر الخطر. فكلما زادت بيانات خبرة الماضي كلما زادت قيمة معامل المصداقية (Z) واقتربت قيمة التعويضات في العام القادم من قيمة متوسط التعويضات في العام الحالي، والعكس صحيح حيث يعكس معامل المصداقية مدى الاختلاف بين قيمة التعويضات المتوقعة وتعويضات العام الحالي. فإذا كانت قيمة معامل المصداقية واحدا صحيحا فهذا يعني أنه سيتم دفع تعويضات العام القادم مساوية لتعويضات العام الحالي، وبدرجة ثقة التي تم حساب قيمة معامل المصداقية علي أساسها، وفي حدود نسبة الخطأ المسموح بها، وكلما انخفضت قيمة معامل المصداقية نتيجة نقص في كمية البيانات، كلما دل ذلك علي اختلاف القيمة المتوقعة عن القيمة الفعلية. ويعتبر معامل المصداقية أحد مكونات معادلة المصداقية لتقدير القسط الصافي أو قسط المصداقية. (محمد توفيق البلقيني ورأفت أحمد، 2015)

أهمية نظرية المصداقية بالنسبة للإكتواريين:

تقدم نظرية المصداقية نموذجا يستخدم للتسعير العادل، بالإعتماد علي خبرة كافية، وذلك إما علي أساس بيانات خبرة سنوات سابقة لنفس تقسيمات الخطر أو بيانات خبرة سابقة أخري لهذا الخطر.

1- تتناسب نظرية المصداقية مع تسعير أنواع جديدة من التأمين.
2- يمكن إستخدام نظرية المصداقية فى تسعير محفظة بكاملها أو لكل فئة من فئات المحفظة على حدة.
3- تمثل نظرية المصداقية فى النتائج المتوقعة حلا لمشكلة عدم التجانس Heterogeneity في محفظة التأمين.
4- تعتمد نظرية المصداقية علي فلسفة التدرج في حساب قسط التأمين وفقا الخبرة المتاحة، ويستمر هذا القسط في تدرجه عدة سنوات، بحيث يكون في نهايته قسطا متوسطا غير بعيد في قيمته عن القيمة الفعلية للتعويضات المتوقعة، وبعد مرور فترة معينة، فإن القسط لا يظهر أى تقلبات عشوائية كبيرة أو بعيدة عن متوسطات الخسائر الفعلية في سنوات الخبرة، وتعتبر هذه الفلسفة هي أساس ما يدرس فى معظم طرق التسعير المتبعة في التأمينات العامة بالولايات المتحدة الأمريكية تحت مسمي نظرية المصداقية فى النتائج المتوقعة لتسعير الأقساط. (محمد محمد عطا، 2011)

تطور نظريات المصداقية:

تم استخدام وتطوير نظرية المصداقية منذ فترة بعيدة في أمريكا الشمالية في بداية القرن العشرين كطريقة لتحديد معدلات الأقساط لعقود التأمين قصيرة الأجل، وذلك عن طريق جمع بعض البيانات التي لها علاقة بالمطالبات لفروع التأمين قصيرة الأجل المختلفة، ويمكن النظر إلي نظرية المصداقية على أنها نوع من أنواع التسعير بإستخدام الخبرة.

وتطورت الأساليب الإحصائية المستخدمة لتطبيق هذه النظرية، ففي أكتوبر 1965 قدم Jones الإحصاء البيزي لأعضاء جمعية الإكتواريين بشيكاغو بالولايات المتحدة الأمريكية، ولم يكن هذا التقديم ضرورياً، فقد سبق وأن طور الإكتواريون فعلاً عدة أساليب لتعديل وتحديث النتائج، بناءا على البيانات الحديثة ومدى توافقها مع خبرة الماضي مع استعمال هذه النتائج في اتخاذ قرارات

أكثر صواباً. ومن أمثلة هذه الإجراءات عملية تسوية البيانات لتعديل النتائج المشاهدة، وكذلك نظرية مصداقية البيانات لتعديل الأقساط المبنية على خبرة الماضي لتتناسب مع خبرة المطالبات الحديثة.

واستخدم Bühlmann -Straub سنة 1970 طريقة المربعات الصغري لتقدير معادلة المصداقية، واستخدم كل من Klug man سنة 1986 و Rene Schneider سنة 1995 سنة التحليل البيزى لتقدير قيمة معامل المصداقية من خلال التوزيع الاحتمالي البعدي للبيانات. (محمد محمد عطا، 2015)

ويتمثل الاختلاف بين طريقة التحليل الإحصائي البيزي Bayesian Statistics Analysis وطريقة التحليل الإحصائي الكلاسيكي Classical Statistics Analysis في معلمة التوزيع الاحتمالي للبيانات، حيث إنه في ظل التحليل الإحصائي الكلاسيكي يتم التعامل مع معلمة التوزيع الاحتمالي للبيانات على أنها ثابتة وغير معروفة، ولا يمكن تقديرها. أما في ظل التحليل الإحصائي البيزي، فإنه يتم التعامل مع هذه المعلمة على أنها متغير عشوائي ولها توزيع احتمالي معين ويمكن تقديرها.(Eliasson, 2014)

نموذج بولمان- استروب للمصداقية لتسعير التأمينات العامة

يعد نموذج مصداقية بولمان- استروب نموذجا مطورا عن نموذج مصداقية بولمان حيث يفترض أن بيانات الخسارة X_i موزعة بشكل غير متماثل، حيث يعتمد قياس تباين الخسارة علي التعرض للخطر والذي يكون بدوره مختلف من وثيقة لأخرى، ويعد نموذج مصداقية بولمان- استروب من نماذج الإحصائية والتي تنتمي إحصائيا إلي الأسلوب البيزي الإحصائي.

وينسب نموذج مصداقية بولمان- استروب إلي كل من هانز بولمان وإروين استروب(Bühlmann and Straub, 1970) وهو نموذج مطور عن نموذج مصداقية بولمان بحيث يأخذ في الإعتبار عدد المطالبات بالإضافة إلي قيمها عند تحديد سعر الخطر.

فروض النموذج:

(1)يفترض في نموذج بولمان للمصداقية أن تكون متغيرات عشوائية للخطر $\{X_1, X_2, \dots\dots, X_N, X_{N+1}, \dots\dots\}$ موزعة بصورة مستقلة ومتماثلة، وهذا من الصعب توافره فى الحقيقة، فمثلا:

- قد تتغير القوى العاملة (قوة العمل) من حملة وثائق التأمينية، وتعويضات من سنة لإخرى.
- عدد السيارات التي يمتلكها حامل الوثيقة في تأمين السيارات التجارية قد تتغير من سنة لإخرى.
- مبلغ القسط المحصل لفئة تصنيف معينة قد يختلف من سنة لاخرى.

في كل هذه الحالات، لا يجب أن يفترض أن تكون متغيرات عشوائية موزعة بشكل مستقل ومتماثل وبرغم من أن فرض الاستقلال قد يكون له ما يبرره.

(2) يفترض فى هذا النموذج أيضا إمكانية قياس عدد معرضين للخطر Exposure، مثل: مبلغ قسط التأمين،عدد الموظفين، كشف الرواتب، عدد السيارات المؤمن عليها، عدد المطالبات.

(3) يفترض في هذا النموذج أن متوسطات متغيرات عشوائية متساوية للخطر المختار، ولكن التباين يتناسب عكسيا مع حجم الخطرأثناء فترة الملاحظة، فعلي سبيل المثال: عندما يتضاعف الخطر ينخفض التباين إلى النصف، ويمكن تلخيص فروض النموذج كالتالي:

- المتوسط الافتراضى للخطر (θ) لكل وحدة معرضة:

$$\mu(\theta) = E_{X|\Theta}[X_1|\theta] = \cdots = E_{X|\Theta}[X_N|\theta] = E_{X|\Theta}[X_{N+1}|\theta] = \cdots$$

- تباين العملية الخطر (θ):

$$\sigma^2(\theta) = Var_{X|\Theta}[X_1|\theta] = \frac{\sigma^2(\theta)}{m_1} = \cdots \ldots ..$$

$$= Var_{X|\Theta}[X_N|\theta] = Var_{X|\Theta}[X_{N+1}|\theta] = \frac{\sigma^2(\theta)}{m_N} = \cdots . \ldots$$

حيث: X_t متغيرات عشوائية تمثل عدد المطالبات أو خسائر مالية لكل وحدة معرضة للخطر، m_t عدد معرضين للخطر، وهنا يمكن القول بإن يقل التباين لمتغير عشوائى كلما زادت عدد المعرضين للخطر.

ولتقدير المتوسط الافتراضى $\mu(\theta)$ بجمع المتغيرات العشوائية $(X_1, X_2, \ldots \ldots, X_N,$ $X_{N+1}, \ldots \ldots)$ لمجموعة من الأخطار)، وذلك عن طريق استخدام متوسط مرجح لعدد معرضين للخطر m_t بإعطاء تقدير خطي لـ $\mu(\theta)$ مع تقليل التباين، ويتبع الخطوات التالية:

1. Exposures=$\hat{\mu} = \sum_{t=1}^{N} m_t$
2. Weighted Average = $\bar{X} = \sum_{t=1}^{N} \left(\frac{m_t}{m}\right) X_t$

مع العلم بأن: تباين لكلX_t بمعلومية θ هو $\left(\frac{\sigma^2(\theta)}{m_t}\right)$ ، ومتوسطه مرجح هو$= \bar{X}$ $\sum_{t=1}^{N} w_t X_t$ حيث يتم تقليل تباين $\bar{X}$ بإختيار الأوزان$w_t = \frac{m_t}{m}$، والتي تتناسب عكسيا مع تباينات$(X_t's)$ لإعطاء وزنا أكثر مع تباين أقل، وعلى ذلك يتم حساب كلا من التوقع والتباين الشرطى لــ $\bar{X}$ بمعلومية θ على التوالي كما يلي:

$$E_{X|\Theta}[\bar{X}|\theta] = E_{X|\Theta}\left[\sum_{t=1}^{N}\left(\frac{m_t}{m}\right)X_t|\theta\right] = \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{m_t}{m}\right)E_{X|\Theta}[X_t|\theta]$$
$$= \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{m_t}{m}\right)\mu(\theta) \quad = \mu(\theta)$$

$$Var_{X|\Theta}[\bar{X}|\theta] = Var_{X|\Theta}\left[\sum_{t=1}^{N}\left(\frac{m_t}{m}\right)X_t|\theta\right] = \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{m_t}{m}\right)^2 Var_{X|\Theta}[X_t|\theta]$$
$$= \sum_{t=1}^{N}\left(\frac{m_t}{m}\right)^2\left(\frac{\sigma^2(\theta)}{m_t}\right) = \frac{\sigma^2(\theta)}{m}$$

ويتم تعريف كل من EPV, VHM كالتالي:

$$EPV = E_{\theta}[\sigma^2(\Theta)] \quad , \quad VHM = Var_{\theta}[\mu(\Theta)]$$

حيث تمثل القيمة المتوقعة لجميع معالم الخطر (θ) في المحفظة، مع العلم بأن يستخدم خسارة لكل وحدة معرضة للخطر لأن عدد معرضين للخطر قد يختلف من مدة لأخرى ومن خطر لأخر.

ولإيجاد المتوسط والتباين غير الشرطي لـ $\bar{X}$ بالمعادلات التالية:

$$E[\bar{X}] = E_{\Theta}\left[E_{X|\Theta}(\bar{X}|\Theta)\right] = E_{\Theta}[\mu(\Theta)] = \mu$$

$$Var[\bar{X}] = Var_{\Theta}\left[E_{X|\Theta}(\bar{X}|\Theta)\right] + E_{\Theta}\left[Var_{X|\Theta}(\bar{X}|\Theta)\right]$$
$$= Var_{\Theta}[\mu(\Theta)] + \frac{E_{\Theta}[\sigma^2(\Theta)]}{m} = VHM + \frac{EPV}{m}$$

ويحسب معامل مصداقية Z للمقدر $\bar{X}$ لتقدير $\mu(\theta)$ بالمعادلة التالية:

$$Z = \frac{\text{تباين المتوسطات الافتراضية}}{\text{التباين الاجمالى لمقدر } \bar{X}} = \frac{VHM}{VHM + \frac{EPV}{m}}$$

حيث تعرف معلمة K كالتالى:

$$K = \frac{EPV}{VHM} = \frac{E_{\Theta}[\sigma^2(\Theta)]}{Var_{\Theta}[\mu(\Theta)]}$$

ويلاحظ أن نموذج بولمان هو حالة خاصة من نموذج بولمان- استروب بفرض $m_t = 1$ لكل t، ويكون تقدير مصداقية مرجحة هو:

$$\hat{\mu}(\theta) = Z.\bar{X} + (1 - Z).\mu$$

ومما سبق شرحه نجد أن عند تطبيق نموذج بولمان- استروب للمصداقية بصورتها المباشرة والعامة لحساب سعر وثيقة التأمين يعتمد علي متوسط تكلفة المطالبة بدون الأخذ في الاعتبار العوامل المؤثرة في الخطر والتي تتغير من فترة لأخرى، وهذا غير مناسب لتسعير بعض أنواع التأمين المستحدثة والجديدة في سوق تأمينات الممتلكات والمسئوليات، وعلي ذلك يحاول الباحث تطويع نموذج مصداقية بولمان- استروب مع إدخال بعض التعديلات عليه حتي يكون مناسبا لتحديد سعر وثائق تأمينات الممتلكات والمسئولية الصافي العادل والمرن والذي يمكن تغييره كلما حدث تغير في معدل تكرار الحوادث أو شدة خسائرها.

ثانيا: ترشيد نموذج مصداقية بولمان- استروب لتسعير وثائق فرع تأمينات الحوداث المتنوعة والمسئوليات.

بفرض وجود بيانات تمثل خبرة مطالبات لوثيقة ما i حيث $(i = 1,2,3, \dots \dots, I)$ خلال سنوات الخبرة j حيث $(j = 1,2,3, \dots \dots, n)$، فيقدر نموذج مصداقية بولمان- استروب قسط أي وثيقة للسنة التالية لفترة الخبرة $(n + 1)$ بمعلومية إجمالي حجم المطالبات الملاحظة وعدد الوحدات المعرضة للخطر خلال سنوات الخبرة $(j = 1,2,3 \dots \dots \dots, n)$ لكل وثيقة، ويمكن أن يختلف أى خطر معرض للخسارة من فترة لأخرى وأيضا يمكن اختلاف عدد سنوات الملاحظة. حيث يرمز إلى S_{ij} كإجمالى حجم المطالبة فى السنة j لوثيقة i ولكل إجمالي المطالبات الملاحظ للوثيقة i للسنة j يوجد وزن مناظر W_{ij} يمثل عدد الوحدات المعرضة للخطر (عدد الوثائق المصدرة لكل وثيقة) لسنة j وللوثيقة i، ويمثل N_{ij} عدد المطالبات فى السنة j للوثيقة i، ويعرف نموذج مصداقية بولمان- استروب بمصداقية بييز التجريبية (EBCT 2) وهذا يعنى أن معلمة الخطر Θ هي متغير عشوائي ولا تتبع توزيع إحصائي محدد.

وبمعلومية فئات الخطر أو الوثائق I ، فيرمز Y_{ij} لمتوسط تكلفة المطالبة Claim Cost، X_{ij} لشدة المطالبة Claim Severities، F_{ij} لمعدل تكرار المطالبة Claim Frequencies لوثيقة i لسنة j، ولكن W_{ij} مرتبطة بوزن كل من Y_{ij} و F_{ij} بينما N_{ij} مرتبطة بأوزان الـ X_{ij}، وبالتالي تسعى الباحثة إلى حساب شدة ومعدل تكرار المطالبات المقدمه من قبل حاملي وثائق التأمين وهما أهم عاملين لتحديد القسط العادل والمرن لحاملي وثائق من قبل شركات التأمين، وذلك بإستخدام خبرة مطالبات غير كافية.

ولتحديد مكونين أساسيين لعملية التباين يتضح إنه يوجد عنصرين هامين في تحقيق التوازن بين سعر على أساس الخبرة الفردية وسعر على أساس خبرة الفئة التجميعية، وهما:

1- مدي التجانس الموجود بين مخاطر الفئة أي مدي إمكانية أن تكون كل أخطار الفئة متساوية ولها نفس توزيع بيانات الخسارة، وعلي ذلك يفضل استخدام سعر على أساس خبرة الفئة في التسعير والمعروف كمتوسط الخطر التجميعي Collective or Collateral Risk Means ويرمز له فى هذه الدراسة لتكلفة المطالبة بالرمز $E[m(\Theta)]$ ولشدة المطالبة بالرمز $E[\mu(\Theta)]$ ولمعدل تكرار المطالبة بالرمزλ، وعلي الجانب الآخر، إذا كان هناك تباين كبير داخل النتائج المتوقعة للأخطار داخل الفئة، وعلي ذلك يأخذ معدل الخبرة الفردى وزنا أكثر (أهمية) لكل خطر في الفئة ويسمي كل متوسط خطر فردي بالمتوسط الافتراضي ويرمز له في هذه الدراسة لـتكلفة المطالبة بالرمز $m(\Theta_i)$ ولشدة المطالبة بالرمز $\mu(\Theta_i)$ ، ولمعدل تكرار المطالبة بالرمز$\lambda(\Theta_i)$ علي التوالي، وأما يرمز لـ تباين المتوسطات الأفتراضية (VHM) لتكلفة المطالبة بالرمز $var[m(\Theta_i)]$، ولشدة المطالبة بالرمز $var[\mu(\Theta_i)]$، ولمعدل تكرار المطالبة بالرمز $var[\lambda(\Theta_i)]$ على التوالي وهي تعتبر من مقاييس إحصائية التي تقيس التجانس Homogeneity أو عدم التجانس Heterogeneity داخل الفئة كما تم شرحها من قبل.

2- ما هو مقدار تباين العملية (Process Variance) الذي يمثله $s^2(\Theta_i)$ الموجود في الخطر الفردي المعرض للخسارة؟ إذا كان مقدار التباين المتوقع كبير بين فئات الخطر الفردية المتعرضة للخسائر الفعلية فتكون الخسائر الفعلية الملاحظة $[Y_{ij}, X_{ij}, F_{ij}]$ بعيدة عن قيمها المتوقعة $[m(\Theta_i), \mu(\Theta_i), \lambda(\Theta_i)]$ علي التوالي وأنها غير مفيدة لسعر على أساس الخبرة الفردية، وعلي ذلك إعطاء وزن أقل لمعدل الخبرة الفردية.

ويمكن الوصول إلي قيمة قسط المصداقية العادل والمرن (قسط المصداقية معتمدا علي شدة- معدل تكرار المطالبة) لكل وثيقة i من خلال تنفيذ ثلاث الخطوات التالية:

1. تقدير قسط المصداقية وفقا تكلفة المطالبة السنوية.
2. تقدير قسط المصداقية وفقاً لشدة المطالبة السنوية.
3. تقدير قسط المصداقية وفقاً لمعدل تكرار المطالبات.

ويستخدم الاستقلال الشرطي في حساب تلك الأقساط، وهذا الافتراض مناسب في العمليات التأمينية (Kagen, 2018)، وعلى ذلك: يتم تقدير كل من قسط مصداقية باستخدام معدل تكرار المطالبة Credibility Claim Frequency للعام القادم (2021م) لكل وثيقة ويرمز له بالرمز $E[F_{n+1}/\Theta_i] = \lambda_{n+1}(\Theta_i)$ وقسط مصداقية باستخدام شدة المطالبة Credibility Claim Severity للعام القادم (2021م) لكل وثيقة ويرمز له بالرمز $E[X_{n+1}/\Theta_i] = \mu_{n+1}(\Theta_i)$ أولا بشكل منفصل ومستقل ثم ضرب المقدرين معا للحصول على $P_{n+1}(\Theta_i)$ تقدير قسط مصداقية معتمدا علي شدة- معدل تكرار المطالبة Credibility Frequency-Severity Claim Cost or Premium للعام القادم (2021م) لكل وثيقة، وهذا القسط يكون أفضل تقديراً لحساب قسط المصداقية عن قسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة.

(1) تقدير معالم النموذج المقترح لحساب قسط المصداقية وفقا لمتوسط تكلفة المطالبة:

من خصائص نموذج بولمان- استروب للمصداقية عدم افتراض أي افتراضات على التوزيع الإحصائى لمعالم الخطر (Θ_i) لمتوسط تكلفة المطالبة وشدة المطالبة ومعدل تكرار المطالبة، ومع ذلك يستخدم تركيبة خطية لسعر على أساس الفئة والخبرة بمعاملات مصداقية Z_i لمتوسط تكلفة المطالبة وشدة المطالبة ومعدل تكرار المطالبة، وهذه الافتراضات لا تتعلق بمتغيرات المطالبات نفسها ولكن تتعلق بالمتغيرات التي تمثل إجمالي أحجام المطالبة الاجمالية لكل وحدة وزن Y_{ij}.

ويمكن تقدير معلمات النموذج المقترح وقسط المصداقية وفقا لمتوسط تكلفة المطالبة من خلال تطبيق الخطوات التالية:

1- حساب Y_{ij} وهو متغير يصف حجم المطالبة الإجمالية بالنسبة لوثيقة i في سنة j وهو أيضا يعبر عن متوسط تكلفة المطالبة لوثيقة i فى سنة j ، ويتم حسابها على النحو التالى:

$$Y_{ij} = \frac{S_{ij}}{W_{ij}} \qquad (1)$$

$$(i = 1,2,3, \dots \dots . I) \quad , (j = 1,2,3, \dots \dots , n)$$

حيث:

Y_{ij}= متوسط تكلفة المطالبة للوثيقة i في السنة j.

S_{ij}= إجمالي حجم المطالبات للوثيقة i في السنة j.

W_{ij}= عدد الوثائق المصدرة للوثيقة i في السنة j.

2- يتم حساب كل من $W_{i\bullet}$ عدد الوثائق المصدرة لكل وثيقة i، $W_{\bullet\bullet}$ عدد الوثائق الأجمالية لعينة الدراسة على النحو التالي:

$$W_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{n} W_{ij} \qquad (2)$$

$$W_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{n} W_{ij} \qquad (3)$$

3- حساب كل من $\bar{Y}_i$ وW^* علي النحو التالي:

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} W_{ij} Y_{ij}}{W_{i\bullet}} \qquad (4)$$

$$W^* = \frac{1}{In - 1} \sum_{i=1}^{I} W_{i\bullet} \left(1 - \frac{W_{i\bullet}}{W_{\bullet\bullet}}\right) \qquad (5)$$

4- لإيجاد تقدير مصداقية غير متجانسة Inhomogeneous لابد من تقدير ثلاثة معالم النموذج أساسية وهم: $E[m(\Theta)]\,,Var[m(\Theta)]\,,E[s^2(\Theta)]$ وهم معالم غير معلومة حيث يتم تقديرهم من بيانات الأخطار الجماعية، ويوجد العديد من الطرق الإكتوارية لتقدير هذه المعالم (Frees, E. W., & Wang, P., 2005)، ويتم استخدام تقدير بولمان- استروب في تقدير المعلمات لإنه يعطي تقدير ملائم ذات انحرافات مربعة متوقعة صغيرة عن معلماتها، حيث تعتمد تقديرات مصداقية بولمان استروب على مقاييس التباين وهى: متوسط تباين العملية $E[s^2(\Theta)]$ ، تباين المتوسطات الافتراضية $Var[m(\Theta)]$ وهما دوال تربيعية، ويلاحظ أنه يجب ألا يكون (VHM) سالبا وإن حدث ذلك يفترض أن يستبدل معامل المصداقية بالصفر لأي من فئات الخطر كإجراء تصحيحي، وذلك لأنه لا يوجد تباين سالب، وذلك علي النحو التالي:

- تقدير متوسط الخطر التجميعي لتكلفة المطالبة غير متحيز $E[m(\Theta)]$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$\bar{Y} = \mathrm{E}[m(\Theta)] = \frac{\sum_{i=1}^{I} W_{i\bullet}\bar{Y}_i}{W_{\bullet\bullet}} \qquad (6)$$

- تقدير متوسط تباين العملية $E[s^2(\Theta)]$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$E[s^2(\Theta)] = \frac{1}{I(n-1)}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{n} W_{ij}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_i\right)^2 \qquad (7)$$

- تقدير تباين المتوسطات الافتراضية $var[m(\Theta)]$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$var[m(\Theta)] = \frac{1}{W^*}\left\{\frac{1}{In-1}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{n} W_{ij}\left(Y_{ij} - \bar{Y}\right)^2 - \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n} W_{ij}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_i\right)^2\right\} \qquad (8)$$

5- يتم الحصول على تقدير قسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة للوثيقة i للفترة التالية لفترة الخبرة المتاحة $(n+1)$ على النحو التالى:

$$m_{n+1}(\Theta_i) = Z_i\bar{Y}_i + (1 - Z_i)E[m(\Theta)] \qquad (9)$$

حيث:

$\bar{Y}_i$ = متوسط المطالبة أو متوسط افتراضى للوثيقة i.

Z_i = معامل المصداقية لتاريخ أو لسجل تكلفة المطالبة للوثيقة i.

$E[m(\Theta)]$ = متوسط الخطر التجميعي لتكلفة المطالبة Collective Risk Mean.

(2) تقدير معالم النموذج المقترح لحساب قسط المصداقية وفقا لشدة المطالبة:

الافتراضات الخاصة بنموذج مصداقية بولمان- استروب لمتوسط تكلفة المطالبة هي نفسها في ظل تقدير قسط مصداقية لشدة المطالبة، ويمكن تقدير معلمات النموذج المقترح وقسط المصداقية وفقا شدة المطالبة من خلال تطبيق الخطوات التالية:

1- حساب X_{ij} وهو متغير يصف إجمالي خبرة المطالبة لكل وثيقة i خلال n من سنوات الخبرة، ويمكن وصف X_{ij} أيضا كشدة مطالبة لوثيقة i فى سنة j ويتم حسابها على النحو التالي:

$$X_{ij} = \frac{S_{ij}}{N_{ij}} \qquad (10)$$

$$(i = 1,2,3 \dots \dots, I)\ ,\ (j = 1,2,3 \dots \dots, n)$$

حيث:

X_{ij}= شدة المطالبة السنوية للوثيقة i في السنة j.

S_{ij}= إجمالي حجم المطالبات للوثيقة i في السنة j.

N_{ij}= عدد المطالبات للوثيقة i كفئة خطر في السنة j.

2- يتم حساب كل من $N_{i\bullet}$ عدد المطالبات الكلية لكل وثيقة i ، $N_{\bullet\bullet}$ عدد المطالبات الأجمالية لعينة الدراسة على النحو التالي:

$$N_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{n} N_{ij} \qquad (11)$$

$$N_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{n} N_{ij} \qquad (12)$$

3- حساب كل من $\bar{X}_i$ وN^* علي النحو التالي:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} N_{ij} X_{ij}}{N_{\bullet\bullet}} \qquad (13)$$

$$N^* = \frac{1}{In - 1} \sum_{i=1}^{I} N_{i\bullet} \left(1 - \frac{N_{i\bullet}}{N_{\bullet\bullet}}\right) \qquad (14)$$

4- ولتقدير ثلاثة معالم النموذج أساسية وهم:

- تقدير متوسط الخطر التجميعي لشدة المطالبة غير متحيز $E[\mu(\Theta)]$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$\mathrm{E}[\mu(\Theta)] = \frac{\sum_{i=1}^{I} N_{i\bullet}\bar{X}_i}{N_{\bullet\bullet}} \qquad (15)$$

- تقدير متوسط تباين العملية $E[s^2(\Theta)]$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$E[s^2(\Theta)] = \frac{1}{I(n-1)}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{n} N_{ij}\left(X_{ij} - \bar{X}_i\right)^2 \qquad (16)$$

- تقدير تباين المتوسطات الافتراضية $var[\mu(\Theta)]$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$var[\mu(\Theta)] = \frac{1}{N^*}\left\{\frac{1}{In-1}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{n} N_{ij}\left(X_{ij} - \bar{X}\right)^2 - \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n} N_{ij}\left(X_{ij} - \bar{X}_i\right)^2\right\} \qquad (17)$$

5- يتم الحصول على تقدير قسط المصداقية وفقاً لشدة المطالبة للوثيقة i للسنة التالية لسنوات الخبرة المتاحة $(n+1)$ على النحو التالي:

$$\mu_{n+1}(\Theta_i) = Z_i\bar{Y}_i + (1 - Z_i)E[\mu(\Theta)] \qquad (18)$$

حيث:

$\bar{X}_i$ = متوسط حجم المطالبة لكل مطالبة لكل وثيقة i.

Z_i = معامل المصداقية لتاريخ أو لسجل المطالبة لكل وثيقة i.

$E[\mu(\Theta)]$ = متوسط الخطر التجميعي لشدة المطالبة لكل وثيقة i.

(3) تقدير معالم النموذج المقترح لحساب قسط المصداقية وفقا لمعدل تكرار المطالبة:

يلعب معدل تكرار المطالبة دوراً مهماً فى عملية التسعير الخاصة بحاملي وثائق تأمينات الممتلكات والمسئولية المدنية، حيث الإفتراض شائع هو اعتبار معدل تكرار المطالبة متغيرات عشوائية تتبع توزيع بواسون شرطي (Bühlmann H. and Gisler, 2005)، ويمكن تقدير معلمات النموذج المقترح وقسط المصداقية وفقا لمعدل تكرار المطالبة من خلال تطبيق الخطوات التالية:

1- حساب F_{ij} وهو متغير يصف معدل تكرار المطالبة لوثيقة i فى سنة j ويتم حسابه على النحو التالي:

$$F_{ij} = \frac{N_{ij}}{W_{ij}} \qquad (19)$$

$$(i = 1,2,3, \dots \dots, I)\ ,(j = 1,2,3, \dots \dots, n)$$

حيث:

F_{ij}= معدل تكرار المطالبات السنوية لكل وثيقة i في الاسنة j.

N_{ij}= عدد المطالبات لكل وثيقة i في السنة j.

W_{ij}= الوزن المرتبط (ويمثل عدد الوحدات المعرضة للخطر).

2- حساب $\bar{F}_i$ علي النحو التالي:

$$\bar{F}_i = \lambda(\Theta_i) = \frac{\sum_{j=1}^{n} W_{ij}F_{ij}}{W_{i\bullet}} \qquad (20)$$

3- لإيجاد صيغة تقدير مصداقية غير متجانسة في ظل توزيع بواسون لابد من تقدير ثلاثة معالم للنموذج وهى:

(1) $E[\mu(\Theta)] = E[\lambda(\Theta)] = \lambda$

(2) $E[s^2(\Theta)] = E[\lambda(\Theta)] = \lambda$

(3) $var[\mu(\Theta_i)] = var[\lambda(\Theta_i)] = \lambda^2 var[\Theta_i]$

هذه المعالم الثلاثة في ظل التوزيع السابق غير معلومة ويتم تقديرهم من بيانات الأخطار المحفظة بإستخدام تقريب تقدير معلمة بولمان Bühlmann's Parameter Estimate Approach، حيث يلاحظ أن تقدير متوسط أو تكرار الخطر التجميعي غير المتحيز (λ) Estimated Unbiased Collective Class Mean or Frequency ومتوسط تباين العملية $E[\lambda(\Theta)] =$ $E[\lambda(\Theta)]$ متساوية، وذلك بسبب أن عدد المطالبات لكل فئات الخطر تتبع توزيع بواسون، ويتم حسابها بتطبيق المعادلة التالية:

- تقدير متوسط الخطر التجميعي غير متحيز لتكرارت المطالبة λ :

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{I} W_{i\bullet}\bar{F}_i}{W_{\bullet\bullet}} \qquad (21)$$

- تقدير تباين المتوسطات الافتراضية $var[\lambda(\Theta)]$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$var[\lambda(\Theta)] = \lambda^2\ var[\Theta] = \lambda^2 \left[\frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}(\bar{F}_i - \bar{F})^2\right] \qquad (22)$$

حيث: $\bar{F} = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\bar{F}_i$

4- يتم الحصول على تقدير قسط المصداقية وفقاً لمعدل تكرار المطالبة للوثيقة i للسنة التالية لسنوات الخبرة المتاحة $(n+1)$ على النحو التالي:

$$\lambda_{n+1}(\Theta_i) = Z_i\bar{F}_i + (1 - Z_i)\lambda \qquad (23)$$

حيث:
$\bar{F}_i$ = متوسط تكرار المطالبة لكل وثيقة i.
Z_i = معامل المصداقية لتكرارات المطالبة لكل وثيقة i.
λ = متوسط الخطر التجميعي لمعدل تكرار المطالبة لكل وثيقة i.

ثالثا: تطبيق النموذج المقترح لحساب قسط المصداقية

البيانات المستخدمة فى هذه الدراسة تم تجميعها من سجل المطالبات لفرع تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات لشركة مصر للتأمين وتتضمن إجمالي حجم المطالبة ، وعدد الوثائق، وعدد المطالبات وذلك لخمس وثائق لفرع تأمينات الحوادث المتنوعة والمسئوليات فى شركة مصر للتأمين وهم وثيقة تأمين حماية الأسرة ومسكنها، ووثيقة تأمين خيانة الأمانة، ووثيقة السرقة بالإكراه، وتأمين كسر الزجاج، ووثيقة أخطار السفر للخارج خلال الفترة(2016-2020م)، ومن ثم تطويع نموذج بولمان- استروب للمصداقية للتنبؤ بسعر قسط مصداقية معتمدا علي شدة وتكرار المطالبات للعام القادم(2021م).

(1) تطبيق النموذج المقترح لتقدير قسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة:

يمكن حساب قسط المصداقية باستخدام تكلفة المطالبة بتطبيق النموذج المقترح من خلال تطبيق المعادلات من (1) إلى (9) ، وكانت النتائج كالتالي:

يوضح جدول (1) معالم النموذج المقترح وهم: متوسط تباين العملية $E[s^2(\Theta)]$ ، تباين المتوسطات الافتراضية $Var[m(\Theta)]$، متوسط الخطر التجميعي لتكلفة المطالبة غير متحيز $E[m(\Theta)]$.

جدول (1): هيكل المعالم المقدرة لتكلفة المطالبة السنوية

$E[m(\Theta)]$	$E[s^2(\Theta)]$	$var[m(\Theta)]$
148.4226	297203287.3	31461.8053

ويوضح جدول (2) عدد الوثائق المصدرة لكل وثيقة $(W_{i\bullet})$ ، ومتوسط تكلفة المطالبة أو معدل الخبرة $\big(m(\Theta)\big)$، وقيمة معامل المصداقية (Z_i)،وقيمة قسط المصداقية $m_{n+1}(\Theta_i)$ لسنة 2021م لكل وثيقة محل الدراسة من الوثائق المختلفة فرع تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات.
جدول (2): عدد الوثائق الكلية ومعدل الخبرة لكل وثيقة وقيمة معاملات المصداقية وقيمة قسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة لمجموعة من وثائق التأمين المختلفة محل الدراسة

نوع الوثيقة	$W_{i\bullet}$	$m(\Theta_i)$	Z_i	$m_{n+1}(\Theta_i)$
خيانة الأمانة	24236	132.5977	0.7195432	137.0359
كسر الزجاج	564	391.8848	0.056341	162.1395
حماية الأسرة ومسكنها	681	793.6593	0.0672428	191.8101
السرقة بالإكراه	17095	461.1059	0.6440862	349.8176
أخطار السفر للخارج	37577	1.031642	0.7991114	30.64079

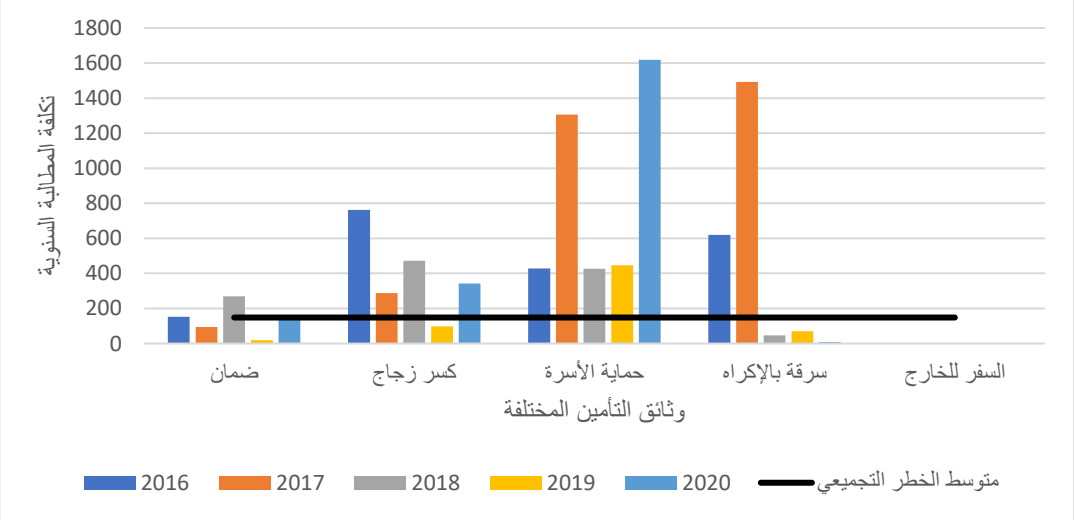
ويتضح من الجدول السابق:

1- بلغت قيمة معامل المصداقية لكل من وثيقة تأمين كسر الزجاج ووثيقة تأمين حماية الأسرة ومسكنها 6% و 7% علي التوالي أي أقل من 50% مصداقية، وهذا يعني إعطاء وزن أكبر لمتوسط الخطر التجميعي للفئة، وتتجه أيضا قيمة متوسط تكاليف مطالباتهم أو القسط البحت $m(\Theta_i)$ بالزيادة او نقصان نحو قيمة متوسط الخطر التجميعي $E[m(\Theta)]$ كنتيجة لتركيبة خطية بين $m(\Theta_i)$ و $E[m(\Theta)]$ كأقساط متوازنة وهي قسط المصداقية وفقاً لموسط تكلفة المطالبة $\{m_{n+1}(\Theta_i)\}$.

2- بالنسبة لباقي الوثائق محل الدراسة تراوحت قيم معاملات المصداقية بين 64% و 80% أي أكثر من 50% مصداقية وهذا يعني إعطاء وزن أكبر لسعر على أساس الخبرة الفردية (سجل المطالبات الخاص بها).

يوضح الشكل (**1**) متوسط الخطر السنوي (سعر الخبرة) (Y_{ij}) أو تكاليف المطالبة السنوية خلال فترة الدراسة (2016-2020م) للوثائق المختلفة ومتوسط الخطر التجميعي $E[m(\Theta)]$لكل الأخطار محل الدراسة.

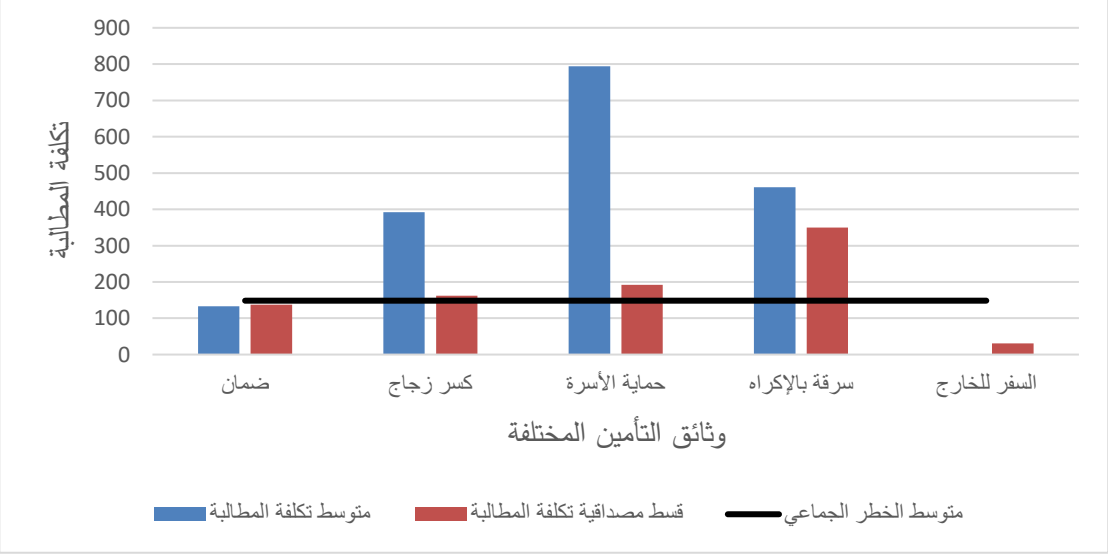
شكل (**1**) رسم بياني لمتوسط تكلفة المطالبة السنوية ومتوسط الخطر التجميعي للوثائق التأمين المختلفة محل الدراسة



يتضح من الشكل السابق يوجد تباين كبير في تكاليف المطالبة السنوية (سعر على أساس الخبرة الفردية) لحاملي وثائق تأمين كسر الزجاج وحماية الأسرة ومسكنها والسرقة بالإكراه عن متوسط الخطر التجميعي وهذا التباين أيضا موجود فى الوثائق التى تقل تكاليف مطالباتهم السنوية عن متوسط الخطر التجميعي وبالتالى لا يمكن لشركة التأمين السماح لحاملى الوثائق دفع نفس القسط (متوسط الخطر التجميعي) لأن بعضهم لديهم ميل كبير لتقديم المطالبة، فأصبح من الضروري والمفيد استخدام نموذج مصداقية بولمان- استروب في تقدير أقساط المصداقية للعام القادم (2021م).

ويوضح الشكل (2) مقارنة بين متوسط تكلفة المطالبة (القسط البحت) وقسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة للسنة 2021م ومتوسط الخطر التجميعي خلال فترة الدارسة.

شكل (2): متوسط تكاليف المطالبة وقسط المصداقية وفقا لمتوسط تكلفة المطالبة للسنة 2021م ومتوسط الخطر التجميعي لفئات الأخطار محل الدراسة



يتضح من الشكل السابق:

1- علي مدار خمس سنوات الدراسة وجد أن متوسط تكلفة المطالبة (سعر على أساس الخبرة) للوثائق محل الدراسة ماعدا وثيقة خيانة الأمانة (الضمان) ووثيقة أخطار السفر للخارج أعلي من متوسط الخطر التجميعي، أما متوسط الخطر(معدل الخبرة) لوثيقة تأمين حماية الأسرة ومسكنها بمقارنة بباقي وثائق محل الدراسة يمثل أعلي انحرافا عن متوسط الخطر التجميعي، وهذه الاختلافات في متوسطات الخطر ليست راجعة فقط إلى الطبيعة العشوائية للمطالبات ولكنها ترجع أيضا إلى الطبيعة المنهجية للمطالبات وتقلبات في محافظ الخطر الفردي، وهذا يجعل بعض الوثائق أفضل من غيرها في التفضيل لحاملي الوثائق ويكون لديها متوسط الخطر أعلي من متوسط الخطر التجميعي.

2- يمكن ملاحظة أيضا أنه بصرف النظر عن وثيقة أخطار السفر للخارج أن باقى وثائق محل الدراسة تتجه أقساط مصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة بالقرب من متوسط الخطر

التجميعي وبعيدة عن معدلات خبراتهم (متوسط تكاليف المطالبة) كما هو ملحوظ بصورة خاصة فى وثيقة تأمين حماية الأسرة ومسكنها.

وعلي ذلك، يتضح أن عنصري شدة المطالبة ومعدل تكرار المطالبة يؤثران علي محافظ الخطر حيث تختلف باختلاف فئات الخطر أو وثائق التأمين والتي لديها سجل مطالبات محدود، وبالتالي تطور الباحثة نموذج بولمان- استروب للمصداقية في تقدير القسط Credibility Average Claim Frequency and Severity للسنة التالية لسنوات الخبرة المتاحة، ويسمي ناتج دمج التقديرين السابقين في ظل هذه الدراسة بقسط مصداقية وفقاً شدة- معدل تكرار المطالبة Credibility Frequency-Severity Risk Premium.

(2) تطبيق النموذج المقترح لتقدير قسط المصداقية وفقا لشدة المطالبة:

يمكن حساب قسط المصداقية وفقا لشدة المطالبة بتطبيق النموذج المقترح من خلال تطبيق المعادلات من (10) إلى (18) ، وكانت النتائج كالتالي:

يوضح جدول (3) معالم النموذج المقترح وهم: متوسط تباين العملية $E[s^2(\Theta)]$ ، تباين المتوسطات الافتراضية $Var[\mu(\Theta)]$، متوسط الخطر التجميعي لتكلفة المطالبة غير متحيز $E[\mu(\Theta)]$.

جدول (3): هيكل المعالم المقدرة لشدة المطالبة السنوية

$E[\mu(\Theta)]$	$E[s^2(\Theta)]$	$var[\mu(\Theta)]$
19064.92628	43150034215	460903580

ويوضح جدول (4) عدد المطالبات الكلية لكل وثيقة $(N_{i\bullet})$ ، ومتوسط شدة المطالبة أو معدل الخبرة $(\mu(\Theta_i))$، وقيمة معامل المصداقية (Z_i)،وقيمة قسط المصداقية وفقاً لشدة المطالبة $\mu_{n+1}(\Theta_i)$ لسنة 2021م لحاملي الوثائق المختلفة فرع تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات.

جدول (4): عدد المطالبات الكلية ومعدل الخبرة لكل وثيقة وقيمة معاملات المصداقية وقيمة قسط المصداقية بإستخدام شدة المطالبة لمجموعة من وثائق التأمين المختلفة محل الدراسة

نوع الوثيقة	$N_{i\bullet}$	$\mu(\Theta_i)$	Z_i	$\mu_{n+1}(\Theta_i)$
خيانة الأمانة	265	12126.93208	0.7389427	13938.146
كسر الزجاج	202	1094.173267	0.6833084	6785.359
حماية الأسرة ومسكنها	15	36032.13333	0.1380954	21408.02
السرقة بالإكراه	116	67953.5	0.5533809	46118.931
أخطار السفر للخارج	26	1491	0.217354	15245.163

ويتضح من الجدول السابق أن:
الوثائق ذات معاملات مصداقية تقترب قيمتها من الواحد الصحيح أي (100% مصداقية) تكون قيمة $[\mu_{n+1}(\Theta_i)]$ كأقساط مصداقية مقدرة متوازنة وقريبة من قيمة $[\mu(\Theta_i)]$ كمتوسط شدة المطالبة (معدل الخبرة) وعكس ذلك صحيح أيضا.

(3) تطبيق النموذج المقترح لتقدير قسط المصداقية وفقا لمعدل تكرار المطالبة:

يمكن حساب قسط المصداقية وفقاً لمعدل تكرار المطالبة بتطبيق النموذج المقترح من خلال تطبيق المعادلات من (19) إلى (23) ، وكانت النتائج كالتالي:

يوضح جدول (5) معالم النموذج المقترح وهم: متوسط تباين العملية $E[s^2(\Theta)]$ ، تباين المتوسطات الافتراضية $Var[\lambda(\Theta)]$، متوسط الخطر التجميعي لتكلفة المطالبة غير متحيز $E[\lambda(\Theta)]$.

جدول (5): هيكل المعالم المقدرة لمعدل تكرار المطالبات السنوية

Parameters	$E[\lambda(\Theta)]$	$var[\lambda(\Theta)]$
Estimates	0.00778511	1.17763E-06

ويوضح جدول (6) عدد الوثائق المصدرة لكل وثيقة $(W_{i\bullet})$ ، ومتوسط تكرار المطالبة أو معدل الخبرة $\left(\lambda(\Theta_i)\right)$، وقيمة معامل المصداقية (Z_i)،وقيمة قسط المصداقية $\lambda_{n+1}(\Theta_i)$ لسنة 2021م لحاملي الوثائق المختلفة فرع تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات.

جدول (6): عدد الوثائق المصدرة ومعدل الخبرة لكل وثيقة وقيمة معاملات المصداقية وقيمة قسط المصداقية وفقاً لمعدل تكرار المطالبة لمجموعة من وثائق التأمين المختلفة محل الدراسة.

نوع الوثيقة	$W_{i\bullet}$	$\lambda(\Theta_i)$	Z_i	$\lambda_{n+1}(\Theta_i)$
خيانة الأمانة	24236	0.0109341	0.7856887	0.0102593
كسر الزجاج	564	0.358156	0.0786082	0.0353271
حماية الأسرة ومسكنها	681	0.0220264	0.0933923	0.0091151
السرقة بالإكراه	17095	0.0067856	0.7211308	0.0070643
أخطار السفر للخارج	37577	0.0006919	0.8503926	0.0017531

(4) تقدير قسط المصداقية وفقاً لشدة – معدل تكرار المطالبة واختبار نتائج النموذج المقترح:

مما سبق يتضح أن تقدير القسط من خلال تقدير شدة المطالبة ومعدل تكرار المطالبة يؤثر في الخطر بصورة مباشرة وغير مباشرة والتي يؤثر بدورها في استثمار شركات التأمين، واحتياطيات المطالبة وتعمل أيضا علي تقليل الاختيار العكسي في التأمين Adverse Selection، من خلال تحليل عوامل تكلفة المطالبة يتم تقدير قسط مصداقية المتوقع معتمداً علي شدة ومعدل تكرار المطالبة، ويأخذ الصيغة التالية:

$$P_{n+1}(\Theta_i) = \lambda_{n+1}(\Theta_i) \ . \ \mu_{n+1}(\Theta_i) \qquad (24)$$

حيث:

$P_{n+1}(\Theta_i)$ = تقدير قسط المصداقية المتوقع وفقاً لشدة – معدل تكرار المطالبة لوثيقة i خلال السنة التالية لسنوات الخبرة المتاحة $(n+1)$.

$\lambda_{n+1}(\Theta_i)$ = تقدير قسط المصداقية المتوقع وفقاً لمعدل تكرار المطالبة لوثيقة i خلال السنة التالية لسنوات الخبرة المتاحة $(n+1)$.

$\mu_{n+1}(\Theta_i)$ = تقدير قسط المصداقية المتوقع وفقاً لشدة المطالبة لوثيقة i خلال السنة التالية لسنوات الخبرة المتاحة $(n+1)$.

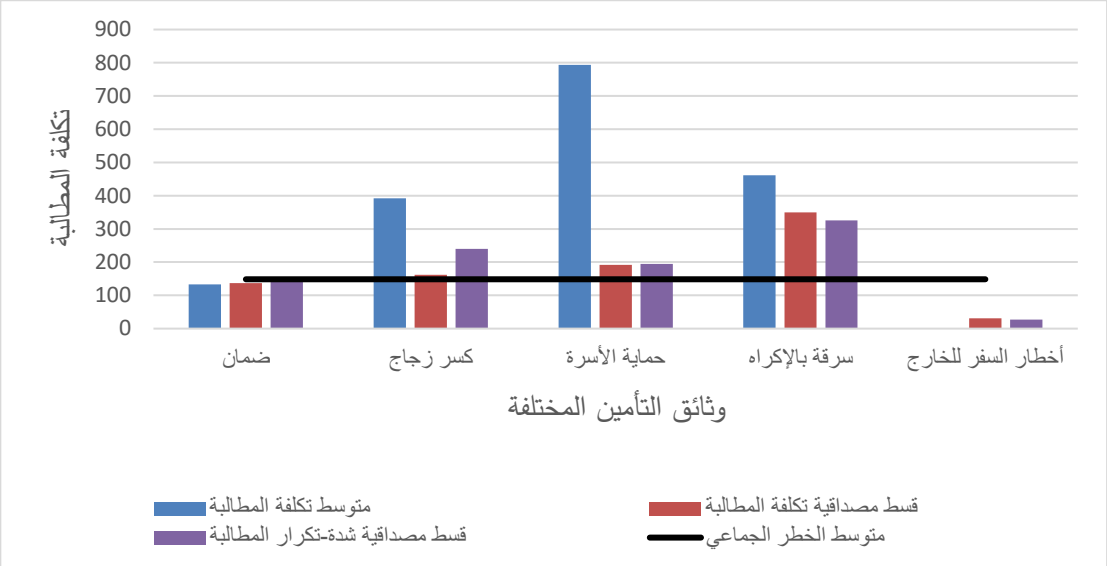
وظهرت النتائج كما فى الجدول التالي:

جدول (7): قسط المصداقية المتوقع وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبة لحاملي الوثائق المختلفة محل الدراسة فرع تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات.

Policy	$\mu_{n+1}(\Theta_i)$	$\lambda_{n+1}(\Theta_i)$	$P_{n+1}(\Theta_i) = \mu_{n+1}(\Theta_i) \ . \ \lambda_{n+1}(\Theta_i)$
خيانة الأمانة	13938.14645	0.010259273	142.9952545
كسر الزجاج	6785.358977	0.03532714	239.7073257
حماية الأسرة ومسكنها	21408.02037	0.00911514	195.1371101
السرقة بالإكراه	46118.93068	0.00706434	325.7998018
أخطار السفر للخارج	15245.16298	0.001753107	26.72640614

ويوضح الشكل (3) مقارنة بين أربعة تقديرات للأقساط محل الدراسة وهم: متوسط تكلفة المطالبة (القسط البحت أو الصافى أو معدل الخبرة) لكل وثيقة $[m(\Theta_i)]$ وقسط مصداقية باستخدام تكلفة المطالبة لكل وثيقة $[m_{n+1}(\Theta_i)]$ وقسط مصداقية باستخدام شدة- معدل تكرار المطالبات$[P_{n+1}(\Theta_i)]$ للعام القادم (2021م) من جدول (7) وقسط الخطر التجميعي $E[m(\Theta)]$ من جدول (1) لحاملي الوثائق المختلفة فرع تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات خلال فترة الدراسة.

شكل (3): متوسط تكاليف المطالبة وتقديرات قسط المصداقية لكل وثيقة محل الدراسة



يتضح من الشكل السابق عند المقارنة بين تقديرات أقساط المصداقية يعتبر قسط المصداقية المتوقع وفقاً شدة- تكرار المطالبات لحاملي الوثائق أفضل تقدير كتوازن أفضل Better Estimate as a Better Balance بين متوسط تكلفة المطالبة(سعر علي أساس الخبرة الفردية) ومتوسط الخطر التجميعي عن قسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة، وذلك لأنه يمثل أكثر تغيرات في المخاطر أو الخسائر عن ما يمثله قسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة.

اختبار نتائج تطبيق النموذج المقترح لحساب قسط المصداقية المتوقع وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبة:

ولتقييم دقة نتائج النموذج المقترح فقد تم ما يلي:

1- اختبار التوزيع الاحتمالي للتكلفة التأمينية المتوقعة (باستخدام قسط مصداقية شدة- معدل تكرار المطالبة) والتوزيع الاحتمالي للتكلفة التأمينية الفعلية ، ويتم استخدام اختبار Kolmogorov-Smirnov Test علي توزيعات العينتين، وقد تم إجراء الإختبار تحت الفروض التالية:

الفرض العدمي H0: أن العينتين يتبعان نفس التوزيع الاحتمالي.

الفرض البديل H1: أن العينتين لا يتبعان نفس التوزيع الاحتمالي.

ويوضح الجدول التالي نتائج اختبار Kolmogorov-Smirnov Test علي توزيعات العينتين:

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		expected_premium	observed_premium
N		5	5
Poisson Parameter[a,b]	Mean	185.4000000	356.2000000
Most Extreme Differences	Absolute	.400	.568
	Positive	.399	.400
	Negative	-.400	-.568
Kolmogorov-Smirnov Z		.894	1.270
Asymp. Sig. (2-tailed)		.401	.080

a. Test distribution is Poisson.
b. Calculated from data.

من الجدول السابق يتضح أن العينتين يتبعان توزيع بواسون Poisson Distribution
القرار المتخذ:
P.value أو Sig (2-tailed) أكبر من مستوي المعنوية 5% فنقبل الفرض العدمي أي أن العينتين مسحوبتين من مجتمع تتبع بياناته نفس التوزيع الاحتمالي.

2- اختبار Leven لمجتمع التكلفة التأمينية المتوقعة (بإستخدام قسط مصداقية شدة- معدل تكرار المطالبة) والتوزيع الاحتمالي للتكلفة التأمينية الفعلية ، وقد تم إجراء الإختبار تحت الفروض التالية:
الفرض العدمي H0: أن التباين في العينتين متجانس.
الفرض البديل H1: أن التباين في العينتين غير متجانس.

ويوضح الجدول التالي نتائج اختبار Levene علي بيانات العينتين:

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
VAR00002	Equal variances assumed	3.496	.098	-1.165	8	.277	-170.80000	146.57148	-508.79445	167.19445
	Equal variances not assumed			-1.165	5.030	.296	-170.80000	146.57148	-546.90278	205.30278

من الجدول السابق يتضح أن:

القرار المتخذ:
P.value أو Sig (2-tailed) أكبر من مستوي المعنوية 5% فنقبل الفرض العدمي ونرفض الفرض البديل أي أن التباين في العينتين متجانس.

النتائج والتوصيات

أولا: النتائج:

لتحقيق هدف البحث وهو تطوير نموذج بولمان- استروب للمصداقية لتسعير الأنواع المستحدثة من الوثائق لتأمينات الحوادث المتنوعة والمسئولية، فقد تم التوصل إلى النتائج التالية:

1. الارتفاع الشديد في قيمة انحراف متوسط حجم المطالبة الواحدة عن متوسطها العام خلال عينة الدراسة، وهذا يدل علي التغير بين متوسطات قيم المطالبات خلال فترة الدراسة، ويرجع ذلك إلي تباين المخاطر الناتجة بين الوثائق المصدرة.

2. تم حساب متوسط الخطر التجميعي (متوسط الافتراضي المتوقع) للوثائق التأمين محل الدراسة ويساوي $E[m(\Theta)] = 148.4226$ ، ويمكن أن يستخدم كقسط ملزم به حاملي الوثائق إذا كانت تكاليف المطالبة السنوية عشوائية ولا يوجد فروق معنوية بين محافظ الخطر أو معالم Θ_i للوثائق محل الدراسة، وفي هذه الحالة إذا اعتمد شركة التأمين علي تسعير الوثائق علي أساس معدل الخبرة ستواجه مشكلة Anti-Selection، وبينما إذا اعتمدت علي تسعير الوثائق على أساس متوسط الخطر التجميعي (سعر على أساس الفئة) ستواجه شركات التأمين خسائر فادحة بسبب تكاليف المطالبات غير النظامية بين فئات الخطر كما هو موضح في شكل(1)، فأصبح من الضروري والمفيد استخدام نموذج مصداقية بولمان- استروب في تقدير أقساط المصداقية للسنة التالية لسنوات الخبرة المتاحة.

3. تم تطبيق نموذج مصداقية بولمان- استروب لحساب قسط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة الملزم به حاملي الوثائق التأمين للعام القادم (2021م) وبدون الأخذ في الاعتبار شدة المطالبة ومعدل تكرار المطالبات المتوقعة، وكانت النتائج كما يلى:
   - بلغت قيمة معامل المصداقية لكل من وثيقة تأمين كسر الزجاج ووثيقة تأمين حماية الأسرة ومسكنها 6% و 7% علي التوالي أي أقل من 50% مصداقية، وهذا يعني إعطاء وزن أكبر لمتوسط الخطر التجميعي للفئة، أما بالنسبة لباقي الوثائق محل الدراسة تراوحت قيم معاملات المصداقية بين 64% و 80% أي أكثر من 50% مصداقية، وهذا يعني إعطاء وزن أكبر لسعر على أساس الخبرة الفردية.
   - بلغت قيمة قسط المصداقية لوثيقة الضمان 137.036، وقيمة قسط المصداقية لوثيقة تأمين كسر الزجاج 162.14، وقيمة قسط المصداقية لوثيقة حماية الأسرة ومسكنها

191.81، وقيمة قسط المصداقية لوثيقة السرقة بالإكراه 349.82، وقيمة قسط المصداقية لوثيقة أخطار السفر للخارج 30.64، وهي مسجلة في هذه الدراسة كأقساط المصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة $\{m_{n+1}(\Theta_i)\}$.

- ومع ذلك، لم تأخذ هذه الأقساط في حسابها عدم استقرار شدة المطالبة ومعدل تكرارها على الخسائر المتوقعة التي تواجهها شركات التأمين، وفي ظل وجود سجل مطالبات غير كافي مع وجود انخفاض في تباين المتوسطات الافتراضية وخاصة للوثائق حديثة العهد التي تصدرها شركات التأمين دوما، فكان من الضرورى حساب قسط مصداقية بولمان- استروب بالإعتماد علي شدة المطالبة ومعدل تكرار المطالبة وتحديد تقديرات المصداقية كحد أدني لمعدلات التسعير في التأمين.

4. ويمكن حساب القسط الناتج بقسط المصداقية المتوقع وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبات لحاملي الوثائق المختلفة فرع تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات من خلال ضرب كل من قسط المصداقية وفقاً لشدة المطالبات وقسط المصداقية وفقاً لمعدل تكرار المطالبة الموضحين في جدولي (7.3) و (9.3) علي التوالي، وكانت النتائج كالتالي: بلغت قيمة قسط المصداقية المتوقع لوثيقة الضمان 142.995، وقيمة قسط المصداقية المتوقع لوثيقة تأمين كسر الزجاج 239.707، وقيمة قسط المصداقية المتوقع لوثيقة حماية الأسرة ومسكنها 195.137، وقيمة قسط المصداقية المتوقع لوثيقة السرقة بالإكراه 325.7998، وقيمة قسط المصداقية المتوقع لوثيقة أخطار السفر للخارج 26.726، وهي مسجلة في هذه الدراسة كأقساط المصداقية وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبة للعام القادم (2021م) $.P_{n+1}(\Theta_i)$

5. تم مقارنة بين أربعة تقديرات للأقساط محل الدراسة وهم: متوسط تكلفة المطالبة (القسط البحت أو الصافى أو معدل الخبرة) لكل وثيقة $[m(\Theta_i)]$ وقسط مصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة لكل وثيقة $[m_{n+1}(\Theta_i)]$ وقسط المصداقية وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبات$[P_{n+1}(\Theta_i)]$ للعام القادم 2021م من جدول (10.3) وقسط الخطر التجميعي $E[m(\Theta)]$ من جدول (4.3) لحاملي الوثائق المختلفة فرع تأمين الحوادث المتنوعة والمسئوليات خلال فترة الدراسة، ومن خلال شكل (3.3) يتضح أن قسط مصداقية وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبات لحاملي الوثائق هو أفضل تقدير لتوازن بين متوسط تكلفة المطالبة(معدل الخبرة) ومتوسط الخطر التجميعي عن قسط مصداقية وفقاً لمتوسط تكلفة المطالبة، وذلك لأنه يمثل أكثر تغيرات في المخاطر أو الخسائر عن ما يمثله قسط المصداقية وفقا لمتوسط تكلفة المطالبة.

6. لتقييم دقة نتائج النموذج المقترح فقد تم ما يلي:

- اختبار التوزيع الاحتمالي للتكلفة التأمينية المتوقعة (باستخدام قسط مصداقية المتوقع وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبة) والتوزيع الاحتمالي للتكلفة التأمينية الفعلية ، وذلك عن طريق

استخدام اختبار Kolmogorov-Smirnov Test علي توزيعات العينتين، وقد تم إجراء الإختبار تحت الفروض التالية:

الفرض العدمي H0: أن العينتين يتبعان نفس التوزيع الاحتمالي.
الفرض البديل H1: أن العينتين لا يتبعان نفس التوزيع الاحتمالي.
وقد تبين من تطبيق اختبار Kolmogorov-Smirnov Test أن العينتين يتبعان توزيع بواسون Poisson Distribution حيث أن P. value أو Sig (2-tailed) أكبر من مستوي المعنوية 5% فنقبل الفرض العدمي القائل بأن العينتين مسحوبتين من مجتمع تتبع بياناته نفس التوزيع الاحتمالي.

- وبتطبيق اختبار Leven لمجتمع التكلفة التأمينية المتوقعة (بإستخدام قسط المصداقية المتوقع وفقاً لشدة- معدل تكرار المطالبة) والتوزيع الاحتمالي للتكلفة التأمينية الفعلية ، وقد تم إجراء الإختبار تحت الفروض التالية:

الفرض العدمي H0: أن التباين في العينتين متجانس.
الفرض البديل H1: أن التباين في العينتين غير متجانس.

وقد تبين نتائج اختبار Levene علي بيانات العينتين أن:
P.value أو Sig (2-tailed) أكبر من مستوي المعنوية 5% فنقبل الفرض العدمي القائل بأن التباين في العينتين متجانس.

ثانيا: التوصيات:

1. يجب تسعير وثائق تأمين الممتلكات والمسئوليات وتجديدها على أساس خبرة المجموعة المؤمن عليها، أو بمعنى أخر يتحدد القسط المطلوب علي أساس النتائج الفعلية للمجموعة ذاتها. وتتخذ نتائج الخبرة الفعلية للمجموعة أما كأساس لتحديد السعر وبالتالي القسط عن الفترة السابقة، على أن يتم ذلك بإستخدام الأساليب الإحصائية.
2. يجب استخدام نموذج مصداقية بولمان- استروب لإيجاد أقساط المصداقية للوثائق التي لديها سجل مطالبات غير كافي، وهذا لتحقيق التوازن بين متوسط تكلفة المطالبة (سعر على أساس الخبرة المتاحة) وقسط الخطر التجميعي.
3. من أجل تغطية الخسائر بشكل عادل وتحديد احتياطيات المطالبات واستثمارها بشكل مناسب، فيجب على شركات التأمين تطبيق نموذج مصداقية بولمان- استروب في تقدير متوسط شدة ومعدل تكرارات المطالبات نظرا لأن التباين الموجود في شدة ومعدل تكرارات المطالبة ليس مستقرا بشكل طبيعي أثناء سنوات عمر الوثيقة.
4. لكي يتغلب المكتتبين على تحديات السيولة والملاءة المالية أثناء التغلب على عمليات الاختيار العكسي Anti-Selection، فتوصي الباحثة بأن تقوم شركات التأمين بتسعير وثائقها على أساس قسط المصداقية وفقاً لشدة ومعدل تكرار المطالبة بناءا علي سجل المطالبات المسجل لديهم في دفاترهم بالإضافة إلي سجلات المطالبة المماثلة أو ذات الصلة من شركات التأمين الأخري.

المراجع

أولا: المراجع باللغة العربية:

1- البلقينى، محمد توفيق ، وإبراهيم، رأفت أحمد ، 2015، "نظرية المصداقية فى التأمينات العامة – الأسس العلمية والتطبيقات العملية"، القاهرة، الزعيم للخدمات المكتبية، (2015).

2- عطا، محمد محمد محمد، "استخدام نظرية المصداقية فى تسعير أخطار المسئولية المدنية بالتطبيق على قطاع الصناعات المعدنية"، مجلة البحوث التجارية المعاصرة، كلية التجارة – جامعة سوهاج، مجلد (25)، العدد الثانى، (2011).

ثانيا: المراجع باللغة الأجنبية:

1- Bühlmann H., “Experience Rating and Credibility”, ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, Vol. 4, No. 3, 1967.

2- Bühlmann H. and Gisler A., “A Course in Credibility Theory and its Applications”, Springer –Berlin Heidelberg, New York, 2005.

3- Bühlmann H. and Straub E., "Glaubwürdigkeit für Schadensätze”, Bulletin of the Association of Swiss Actuaries, Vol. 70, No. 1, 1970.

4- Centeno, L., “The Bühlmann- Straub Model with the premium calculated according to the variance principle”, Insurance: Mathematics and Economic, Vol 8, No 1, 1989.

5- Dean, C. S., “Topic in Credibility theory”, Study Note of the Casualty Actuarial Society and the Society of Actuaries, 2005.
Available at: https://www.soa.org/files/pdf/c-24-05.pdf.

6- Eliasson, D., “Bayesian Credibility Methods for Pricing Non-life Insurance Claims History”, A Thesis Master of Mathematical Statistics, Stockholm University, 2014.

7- Frees, E. W., & Wang, P., “Credibility Using Copulas”, North American Actuarial Journal, Vol 9, No 2, 2005.
Available at: https://doi.org/10.1080/10920277.2005.10596196

8- Kagen, J., “Insurance Claim. Retrieved January 4, 2018
Availableat:www.investopedia.com/terms/i/insurance _claim.asp

9- Khapaeva, T., “Credibility Modeling with Applications”, Thesis Master of Science in Computational Sciences, Laurentian University, Sudbury, Ontario, 2014.

10- Tse Y.K. (2009). "Nonlife Actuarial Models: Theory, Methods and Evaluation," 1st Edition, International Series on Actuarial Science, Cambridge University Press, New York, 2009.