تحليل قرار شراء إعادة التأمين
في ضوء نظرية المنفعة وتوزيعات الخسارة

د. مهامحمد زكي علي

أستاذ مساعد بقسم التأمين – كلية التجارة جامعة الأزهر (تفهنا الأشراف)

ملخص

تواجه شركات التأمين العديد من الخيارات التي تتعلق بقرارات شراء إعادة التأمين ونوعه ومداه. نستخدم في هذه الدراسة نموذج المنفعة المتوقعة والتوزيع الاحتمالي لحجم الخسارة كمعيار تقييم لقرار شراء إعادة التأمين. تم تطبيق الدراسة على ستة أنواع رئيسية من تأمينات الممتلكات، وتوصلت الدراسة الى شكل التوزيعات الاحتمالية لهذه التأمينات باستخدام البرنامج الاحصائي R ، وحساب معلمات كل توزيع واستخدام دالة منفعة أسية لحساب أقساط اعادة التأمين التي يجب على المؤمن سدادها. توصلت الدراسة لتطوير نموذج يعتمد على توزيع الخسارة ودرجة كره المؤمن للخطر والقيمة المتوقعة لإعادة التأمين في تحديد سعر قسط اعادة التأمين واستخدام المنفعة المتوقعة لتحديد قيمة البدائل المختلفة.

الكلمات المفتاحية: إعادة التأمين ، دوال المنفعة ، توزيعات الخسارة ، معيار القرار ، القيمة المتوقعة .

Analysis of reinsurance purchase decision
In light of utility theory and loss distributions

Abstract

Insurance companies face many choices related purchase reinsurance decisions, such as its type and extent. In this study, we use the expected utility model and the probability distribution of the size of loss as an evaluation criterion for the reinsurance decision. The study was applied to six main types of property insurance, and found the form of the probability distributions using R statistical program, calculating the parameters of each distribution and using an exponential utility function to calculate the reinsurance premiums that the insurer must pay. The study reached to develop a model that depends on the distribution of the

loss size, the degree of the insurer's aversion to risk and the expected value of reinsurance in determining the price of the reinsurance premium, and the use of the expected utility to determine the value of the different alternatives.

Keywords: Reinsurance, utility functions, loss distributions, decision criterion, expected value.

مقدمة

يعرف التأمين باسم "علم وفن نشر المخاطر" [Baker et al. (2002), pp. 2–3]. ويعتمد ويعتمد التأمين على مشاركة العديد من الوحدات المعرضة لخطر ما لتقاسم عبء تلك القلة التي ألمت بها الخسارة. وتعمل أسواق التأمين بأكبر قدر من الكفاءة عندما عندما تعزو الخسائر الفردية إلى مسببات خطر عشوائية، ويمكن قياسها بسهولة، ولا ولا يوجد ارتباط بين الوحدات المعرضة للخطر. في مثل هذه الحالات، يمكن نشر الخسائر الخسائر بكفاءة عبر عدد كبير من حاملي وثائق التأمين، أيضا يتم تدنية خطر الفشل الفشل لشركات التأمين المباشرة. وعلى الرغم من أن هذه الظروف نادرا ما تتحقق تتحقق بالنسبة لأغلب المخاطر التي يتم تغطيتها، إلا أنه يمكن التحكم في العيوب الصغيرة الصغيرة التي تشوه توزيع الخسائر الإجمالية من خلال ضوابط الاكتتاب، وإنشاء احتياطيات كافية.

ومع التطورات المعاصرة الهائلة في مختلف النواحي الاقتصادية والاجتماعية والتكنولوجية تطورت صناعة التامين تطورا مذهلا في مختلف دول العالم، بحيث تحدت تحدت حدود الوطن وأخذت طابعا دوليا، فظهرت الهيئات والشركات والكيانات المتخصصة المتخصصة والمحترفة في مجال أنشطة وخدمات التأمين. وانطلاقا من نفس المبدأ ونتيجة المبدأ ونتيجة لذات التطورات بدأت شركات التأمين تواجه نفس المخاطر والكوارث التي والكوارث التي تهدد احتياطاتها وقدرتها المالية وتنذر بتعرضها لخسائر هائلة يترتب يترتب عليها تهديد النشاط التأميني ككل. ومن هنا نشأت فكرة إعادة التأمين، والتي

والتي يمكن القول أنها استندت في نشأتها الى فس مبررات ودواعي نشأة نشاط التأمين التأمين نفسه.

إن إعادة التأمين هي الآلية التقليدية لنقل وإدارة المخاطر في صناعة التأمين. توفر توفر شركات إعادة التأمين عدة أنواع من ترتيبات إعادة التأمين لشركات التأمين الابتدائي، في كثير من الأحيان تدعى "لشركات المتنازلة" أو "المسندة" cedants. ويشمل هذا أنواع مختلفة من إعادة التأمين نسبية ولا نسبية. تساعد إعادة التأمين التأمين شركات التأمين على إدارة مخاطرها من خلال استيعاب بعض خسائرها، حيث تعمل حيث تعمل على استقرار نتائج شركات التأمين وتمكينها من الاستمرار في النمو والابتكار. ونظرا للمبالغ الكبيرة من الأموال التي يستثمرها معيدو التأمين في الأسواق الأسواق المالية، فإنهم يساهمون أيضًا بشكل كبير في الاقتصاد الحقيقي. [Swiss Re, Re, 2012]

أهمية البحث

تسعى شركات التأمين إلى المحافظة على استقرارها المالي, ويعتمد ذلك على مدى مدى قدرتها على مواجهة الأخطار المؤمن عليها وخصوصا الكبيرة منها. ولكي تحافظ تحافظ شركات التأمين على استقرارها المالي كان عليها إما أن ترفع رأس مالها – – وهي عملية مكلفة جدا وقد لا تحظى بالقبول من طرف المساهمين، أو أن تلجأ إلى إلى وسائل اخرى تمكنها من التحكم في حجم الخسائر التي تتعرض لها نتيجة عملياتها عملياتها الاكتتابية.

الطريقة التقليدية لنقل الخطر الذي يتعدى الطاقة الاستيعابية لشركة التأمين هي إعادة إعادة التأمين. وعند اتخاذ قرار اللجوء لإعادة التأمين، فإن شركة التأمين تواجه العديد من الخيارات الممكنة التي تشمل نوع إعادة التأمين ومداه.

تنبع أهمية البحث في أنه يعرض نموذج رياضي مبسط يمكن لشركات التأمين استخدامه استخدامه عند اتخاذ قرار شراء إعادة التأمين للمقارنة بين الترتيبات المختلفة، حيث حيث يمكن النموذج لشركة من حساب التكلفة الفعلية لعملية إعادة التأمين بناء على على قيم فعلية لنتائج أعمالها واتجاهها نحو الخطر. كما يتيح النموذج لشركات التأمين التأمين المقارنة بين تكلفة إعادة التأمين والأساليب الأخرى التي يمكن أن تتبعها لشركة لتحويل جزء من مخاطرها.

هدف البحث

على الرغم من أن إعادة التأمين تخفض حجم المخاطر التي تتعرض لها شركة التأمين التأمين المباشرة، إلا أنها تخفض أيضًا من الربح المحتمل للشركة. وبناء على هذا فإن هذا فإن اختيار نوع إعادة التأمين وحجمه له أثر كبير على نتائج لشركة المالية. الهدف من هذه الدراسة هو اشتقاق ترتيبات إعادة التأمين المثلى من خلال تطوير نماذج تحليل القرار وتوضيحها لقرارات إعادة التأمين التي تتخذها شركات التأمين المباشرة. حيث تعتبر النماذج التحليلية للقرار أدوات مفيدة لهيكلة قرارات إعادة التأمين ومقارنة الخيارات البديلة. يتم تحديد قيمة أي بديل لإعادة التأمين كأثر لعملية لعملية إعادة التأمين هذه على المنفعة المتوقعة لأصول المؤمن.

مشكلة البحث

يواجه المؤمن العديد من الخيارات المحتملة التي تتعلق باسناد الخطر الزائد عن طاقته طاقته الاستيعابيه لطرف آخر. فإذا كان الطرف المسند إليه هو معيد تأمين فإن القرار القرار يشمل تحديد نوع ومبلغ أو نسبة إعادة التأمين. وغالبا ما يكون برنامج إعادة إعادة التأمين الجيد والفعال أمرا بالغ الأهمية لنجاح شركة التأمين، حيث إن إعادة إعادة التأمين تعتبر عادةً واحدة من أهم المعاملات المالية لشركة التأمين وكذلك لمعيد

لمعيد التأمين، والتي تنطوي على معاملات مالية ضخمة جدا سنويا، ومن ثم فإنها تشكل عنصر استراتيجي حاسم في إدارة تقلب الأرباح وكفاية رأس المال.

وبناء على هذا، كانت هناك حاجة لتطوير اساليب تحليل القرار للتعامل مع قرارات إعادة التأمين. تتمثل المشكلة الرئيسة لهذا البحث في كيفية تحديد قيمة إعادة التأمين التأمين والتي تمكن متخذي قرار شراء إعادة التأمين في شركة التأمين من التفاوض التفاوض مع وسطاء إعادة التأمين. وتكون المشكلة الأساسية في نموذج التقييم هي هي تحديد أقصى سعر (الحد الأعلى) لقسط إعادة التأمين الذي يجب على لشركة المسندة المسندة دفعه في حالة معينة، في ظل أن تحقق لشركة أقصى منفعة متوقعة على أصولها.

منهجية البحث

تم تصميم هذه الدراسة لتحليل عملية اتخاذ القرار فيما يتعلق بشراء إعادة التأمين ودراسة تكلفته ونوعه والبدائل المتاحة أمام شركات التأمين المسندة.

ومن أجل تحقيق هذا الغرض تم الاطلاع على الكتب والدوريات والمراجع وقواعد البيانات العربية والعالمية التي تناولت هذا الموضوع لصياغة الجانب النظري من الدراسة والذي يوضح معنى وأهمية عملية إعادة التأمين والترتيبات المختلفة لها والمناهج المتبعة لتحديد تكلفة إعادة التأمين.

كما تم الاطلاع على التقارير المالية السنوية عن نشاط التأمين واستخراج البيانات منها منها فيما يتعلق بموضوع الدراسة، واجراء تسوية للبيانات باستبعاد القيم الشاذة منها، ثم استخدام حزمة gamlss في البرنامج الاحصائي R لتحديد توزيع الخسارة الخسارة المناسب لكل نوع من أنواع التأمين التي تم دراستها حتى يتسني اجراء الجانب الجانب التطبيقي من الدراسة.

تم تطبيق الدراسة على أنواع رئيسية محددة من تأمينات الممتلكات، وحساب معلمات معلمات توزيع الخسارة والقيمة المتوقعة للخسارة لكل نوع، ثم حساب قيمة قسط إعادة إعادة التأمين باستخدام دالة منفعة أسية.

وانتهت الدراسة بحساب قيم أقساط إعادة التأمين بناء على حدود ونسب احتفاظ مختلفة، مختلفة، مع درجات مختلفة لتجنب الخطر، كذلك تم احتساب القيمة المتوقعة للخطر، وهي للخطر، وهي تعادل سعر الخطر لسوقي وذلك في ظل أن المؤمن غير مبال بالخطر أو لديه بالخطر أو لديه اتجاه محايد تجاه الخطر. بناء على هذه الحسابات يستطيع المؤمن اختيار المؤمن اختيار اتفاقية اعادة التأمين المناسبة له وحدود هذه الاتفاقية.

حدود البحث

تم تطبيق هذه الدراسة على الأنواع الرئيسية من تأمينات الممتلكات والمسؤولية في في شركة مصر للتأمين وذلك للفترة من 2007/2008 م وحتى 2020/2021 م. الأنواع الأنواع التي تم دراستها هي: تأمين الحريق، التأمين البحري، تأمين السفن، تأمين تأمين الطيران، التأمين الهندسي، تأمين البترول.

خطة البحث

يتكون البحث من الموضوعات التالية:

أولا: آلية عمل إعادة التأمين

ثانيا: المناهج المستخدمة لتحديد تكلفة إعادة التأمين

ثالثا: الاطار النظري لنموذج اتخاذ قرار إعادة التأمين

رابعا: التطبيق العملي للنموذج

النتائج والتوصيات

أولا: آلية عمل إعادة التأمين

يتحصن الأفراد والشركات التجارية المعرضة للمخاطر القابلة للتأمين من هذه المخاطر عن طريق نقل المخاطر إلى شركة تأمين أساسية. يدفع المؤمن لهم أقساطا إلى شركة التأمين الاساسية ويحصلون على وعود مشروطة أن المؤمن سوف يسدد لهم الخسائر عن الأحداث المؤمن عليها المحددة. يحتفظ المؤمن بمعظم المخاطر المقبولة لحسابه الخاص. ولأن شركة التأمين الأساسية تغطي العديد من المؤمن لهم، الذين تكون مخاطرهم في الغالب مستقلة إحصائيا، فإن شركات التأمين قادرة على تقليل المخاطر بشكل كبير من خلال التنويع.

ومع ذلك، لا يزال هناك بعض المخاطر متبقية لأسباب مختلفة، بما في ذلك الارتباط بين المخاطر، والطفرات في الخسائر الناجمة عن تقلبات عشوائية بحتة، والكوارث الطبيعية، وغيرها من العوامل. ويمكن لشركة التأمين الأساسي نقل بعض من هذه المخاطر المتبقية إلى شركات إعادة التأمين في مقابل سداد قسط. وفي المقابل تحتفظ شركات إعادة التأمين التقليدية بالمخاطر داخليا وتزيد من تنويع المخاطر من خلال إصدار وثائق لكثير من شركات التأمين الابتدائية من مناطق جغرافية مختلفة. غير أن هذا التنويع يقلل لكن لا يقضي نهائيا على المخاطر. يمكن لشركة إعادة التأمين التحوط من جزءا من المخاطر المتبقية من خلال إسناد (إعادة) إعادة التأمين، أي شراء إعادة التأمين من شركة إعادة تأمين أخرى.

إعادة التأمين هي الأسلوب التقليدي ومازال النموذج السائد لتنويع ونقل المخاطر في صناعة التأمين. يخلق معيدو التأمين أيضا قيمة اقتصادية وأحيانا يكسبوا دخلا من فرض الرسوم على تقديم استشارات متعلقة بالاكتتاب والتسعير والاستثمار للمؤمن الابتدائي. وقد مكنت الخبرة الواسعة لشركات إعادة التأمين الرائدة والتي يمتد عملها في جميع أنحاء العالم من تطوير خبرة واسعة في الاكتتاب في التأمين والتسعير وإدارة التعرض للخسائر، وتصميم منتجات جديدة، وتوسيع نطاق عملياتهم الجغرافي، ومن ثم

فإن شركات إعادة التأمين تقدم قيمة اقتصادية مهمة لعملائها وتساعدهم في تصميم منتجات جديدة. و غالباً ما تقوم شركات التأمين صغيرة ومتوسطة الحجم بشراء إعادة التأمين للمساعدة في تمويل النمو في ضوء الضغوط المفروضة على رأس مال الأسهم من خلال كتابة أعمال جديدة. [Swiss Re, 2012]

وتنقسم عقود إعادة التأمين إلى نوعين، عقود إعادة تأمين لوثائق التأمين على الحياة وعقود إعادة تأمين لوثائق تأمينات الممتلكات والمسؤولية، ويأخذ كل منهما شكلين أساسيين، إعادة التأمين بموجب اتفاقية وإعادة التأمين الاختيارية. إعادة التأمين بموجب اتفاقية **treaty reinsurance** هي إعادة تأمين لمحفظة كاملة حيث يتنازل المؤمن لمعيد التأمين عن حصة متفق عليها تعاقديا من المخاطر المحددة في الاتفاقية. من ناحية أخرى، فإن إعادة التأمين الاختيارية **facultative reinsurance** هي إعادة تأمين للمخاطر الفردية. على عكس إعادة التأمين بموجب اتفاقية التي يجب على معيد التأمين بموجبها أن يقبل جميع المخاطر المغطاة، يقوم معيد التأمين في الطريقة الاختيارية بتقييم الخصائص الفريدة لكل وثيقة لتحديد ما إذا كان يجب إعادة التأمين على المخاطر، وبأي سعر، وبالتالي يحتفظ معيد التأمين الاختياري بالرأي، أو الخيار، لقبول أو رفض أي خطر [Swiss Re, 2004] .

يمكن أن تكون إعادة التأمين الاختيارية والتأمين بموجب اتفاقيات إما نسبية أو لا نسبية. في ترتيبات إعادة التأمين النسبي **proportional arrangement**، تحتفظ الشركة المسندة بنسبة مئوية من المخاطر المؤمن عليها وتتنازل عن النسبة المتبقية إلى معيد التأمين. ويتم تحديد استرداد المطالبات من معيدي التأمين بموجب هذه النسبة المتنازل عنها. بالنسبة لترتيبات إعادة التأمين اللا نسبية **non-proportional**، توافق الشركة المسندة على قبول مبلغ محدد من الخسارة يشار إليه على أنه الاحتفاظ، وتتنازل عن جميع المبالغ التي تزيد عن هذا الاحتفاظ إلى شركة إعادة التأمين وفقًا للحدود التعاقدية لترتيب إعادة التأمين. يتم الاتفاق على عقد

إعادة التأمين وصياغته من قبل كل من شركة التأمين ومعيد التأمين. يصبح معيد التأمين ملزماً فقط بتعويض المؤمن بعد أن تكبد ودفع خسارة تغطيها وثائق التأمين وضمن نطاق عقد إعادة التأمين بين الطرفين.

ثانيا: المناهج المستخدمة لتحديد تكلفة إعادة التأمين

هناك العديد من النماذج التي تم استخدامها لدراسة مشكلة قيمة إعادة التأمين المثلى المثلى بناء على افتراضات مختلفة وباستخدام مقاييس مختلفة لحساب مخاطر التأمين التأمين المباشرة

٢. ١ نموذج المتوسط التباين Mean – Variance Model

يبنى نموذج المتوسط – التباين على تعظيم الأقساط المحتفظ بها إلى الحد الأقصى وتدنية وتدنية تباين المطالبات المحتفظ بها مع الحفاظ على ثبات التعرض للمخاطر، بافتراض بافتراض مستوى معين من الرغبة في المخاطرة.

ناقش Borch (1960) كيفية تحديد المقدار الأمثل من إعادة تأمين وقف الخسارة الخسارة باستخدام طريقة تدنية تباين الخسارة المحتفظ بها، إذا تم حساب الأقساط باستخدام مبدأ القيمة المتوقعة. وقدم Karageyik and Sahin (2017) مستويات الاحتفاظ المثلى مع احتمالية البقاء والربح المتوقع والتباين والعجز المتوقع لمخاطر لمخاطر شركة التأمين المباشرة. افترضت الدراسة أن المبالغ الإجمالية للمطالبة كانت كلت تتبع توزيعات Poisson المركبة وأن مبالغ المطالبات الفردية كلت تتبع التوزيع التوزيع الأسي. حدد المؤلفون مستويات الاحتفاظ المثلى اعتماداً على نهجين: الأول الأول هو تعظيم الربح المتوقع واحتمال البقاء، والثاني تقليل التباين المتوقع لمخاطر لمخاطر شركة التأمين المباشرة. أيضًا، حلت الدراسة مستويات الاحتفاظ المثلى في ظل في ظل مبادئ القيمة المتوقعة والانحراف المعياري.

٢ . ٢ نموذج التعثر Ruin Model

يدرس نموذج احتمال أن مستوى فائض لشركة ينخفض إلى ما دون الصفر في وقت ما في وقت ما في المستقبل [Dickson, 2005: 125]. وهذا لا يعني أفلاس شركة التأمين ولكن يعني ضرورة اتخاذ إجراءات تصحيحية معينة سواء داخلية أو من جهات الإشراف والرقابة.

درس Dickson, et al (1996) و Dickson, (2005) تأثير إعادة التأمين على احتمال التعثر النهائي في عملية الفائض الكلاسيكية واعتبر أن مستوى الاحتفاظ هو هو الأمثل إذا كان يخفض من احتمالية التعثر. وأوضح أنه يمكن العثور على مستويات مستويات الاحتفاظ المثلى عندما يعتمد تحميل قسط معيني التأمين على مستوى الاحتفاظ. الاحتفاظ. أوضح أيضًا أنه عندما يتم تقريب عملية المطالبات الإجمالية من خلال عملية عملية جاما ، يمكن الحصول على تقديرات تقريبية جيدة جدًا لكل من مستويات الاحتفاظ الاحتفاظ المثلى واحتمالات التعثر. أخيرا، ناقش تأثير إعادة التأمين على احتمالية التعثر في وقت محدد.

ناقش Waters (1979, 1983) المستويات المثلى لإعادة تأمين الجزء الزائدة من الخسارة باستخدام احتمال التعثر. تفترض الدراسة أن المطالبات الكلية هي عملية بواسون المركبة. عرضت الدراسة ثلاث الإعسار للتأمين المباشر ودالة مستوى الاحتفاظ الاحتفاظ بإعادة تأمين الجزء الزائد من الخسارة. وجدت الدراسة أن إعادة التأمين اللا اللانسبية لا يمكن أن تكون ممكنة لتعميم توزيع المطالبات لسنوية.

٢ . ٣ نموذج القيمة المعرضة للخطر Value-at-Risk (VaR)

إن أسلوب تحليل القيمة المعرضة للخطر هو أحد الأساليب لشائعة في إدارة المخاطر المخاطر المالية. القيمة المعرضة للخطر (VaR) هي أسوأ خسارة محتملة تحدث في في فترة زمنية معينة في ظل ظروف لسوق العادية عند مستوى ثقة معين. يمكن أيضًا

أيضًا استخدام القيمة المعرضة للخطر لدراسة أخطار الإعسار للمؤمنين. [Rejda (2017), (2017), p. 103]

ناقش Cai et al. (2007, 2008) الاحتفاظ الأمثل في إعادة التأمين اللا نسبية لوقف لوقف الخسارة في ظل تقليل القيمة المعرضة للخطر (VaR) والتوقع لشرطي للذيل للذيل Conditional Tail Expectation (CTE). وعرضت الدراسة الاحتفاظ الأمثل باستخدام توزيع الخسائر لشركة التأمين المباشر ومعامل تحميل الأمان لشركة لشركة إعادة التأمين. أظهرت نتائج الدراسة أن إعادة تأمين وقف الخسارة هي الأمثل الأمثل في بعض الحالات، وفي حالات أخرى، تكون إعادة التأمين على أساس الحصص هي الحصص هي الأمثل وذلك على حسب التغير في خبرة الخسارة.

قدم Chi et al. (2017) مشكلة إعادة التأمين المثلى من منظور شركة التأمين مع مع تقليل القيمة المعدلة للمخاطر لمسؤولية شركة التأمين المباشر باستخدام مقاييس مقاييس المخاطر مثل القيمة المعرضة للخطر (VaR) أو القيمة المشروطة المعرضة للخطر المعرضة للخطر (CVaR) . افترضت الدراسة أن شركة التأمين المباشر وشركة إعادة إعادة التأمين ملتزمان بدفع المزيد كوسيلة للحد من المخاطر المعنوية اللاحقة. أظهرت أظهرت الدراسة أن سياسات إعادة التأمين المثلى خطية في إطار كل من مقاييس (VaR) و (CVaR) . في حين أن هياكل حلول إعادة التأمين المثلى هي نفسها لكل لكل من مقاييس المخاطر، إلا أنها تظهر أيضًا أن هناك بعض الاختلافات المهمة، لا سيما لا سيما فيما يتعلق بإدارة مخاطر الذيل.

درس EL-bolkiny et at.(2018) عدة طرق مختلفة لإعادة التأمين النسبي، وكذلك وكذلك تم تقييم تأثير تلك الطرق على عمليات إعادة تأمين الممتلكات بالتطبيق علي علي سوق التأمين المصري. وقد استخدمت الدراسة مقاييس الخطر التالية (VaR)، (VaR)، و(CTE) لتحليل خصائص توزيعات المطالبات الإجمالية. وتم تحديد إعادة التأمين المثلي من خلال استخدام مقياس تعظيم العائد علي رأس المال Return on

on Risk Adjusted Capital وتوصلت الدراسة إلي أن طريقة إعادة التأمين المثلي هي طريقة الحص بحد احتفاظ مقداره 40% ، حيث إنها حققت أعلي معدل للعائد معدل للعائد ومقداره 5.14% .

قام Putri et al. (2021) بحساب القسط الثابت بموجب معيار الأقساط المتوقعة. ومن ومن أجل تقليل مخطر شركة التأمين بموجب القيمة المعرضة للمخطر (VaR)، قاموا قاموا بدمج إعادة التأمين النسبي مع إعادة تأمين وقف الخسارة لحل استراتيجية إعادة إعادة التأمين المثلى.

٢. ٤ نظرية المنفعة Utility Theory

المنفعة هي رقم يقيس الرضا الذي يستمده الفرد من شيء ما. وفي الدراسات الاقتصادية يكون نموذج المنفعة كدالة في الثروة هو النموذج لشائع الاستخدام. تم تم تطوير نظرية المنفعة المتوقعة من قبل فون نيومان ومورجيسترن von-Neumann-Morgenstern (N-M) في عام (1944) لمعالجة جلب إدارة المخطر المخطر للطب على إعادة التأمين. يفترض أن شركات التأمين تتجنب المخاطرة وستختار وستختار دائما إعادة التأمين من أجل القضاء على المخطر (Garven & Tennant, Tennant, 2003)، استخدم Borch (1962) هذه النظرية لإظهار أنه إذا كان لدى لدى شركات التأمين نفور مطلق من المخاطرة ، فسوف تطب إعادة التأمين. قام Garven Garven and Tennant (2003) بتوسيع النظرية وناقشوا أن قرار إعادة التأمين التأمين يمكن اعتباره كقرار لإدارة المخطر وهيكل رأس المال. وأضح Mayers and and Smith (1990) أن قرار شركة التأمين بشراء إعادة التأمين يشبه قرار أي شركة غير مالية بشراء التأمين. وقد تكون الدوافع التي تفسر لماذا تتحوط لشركات لشركات ماليا ولماذا تطب شركات التأمين إعادة التأمين هي دوافع متشابهة. ودرس

ودرس Jiang et al. (2021) تعظيم مصالح كل من شركة التأمين ومعيد التأمين من من منظور تعظيم المنفعة المتوقع وتقليل المخطر.

ثالثا – الاطار النظري لنموذج اتخاذ قرار إعادة التأمين

سيتم استخدام نموذج المنفعة المتوقعة كمعيار للتقييم. وهذا النموذج يفضل على النماذج الأخرى بسبب مرونته ومعالجته الأكثر شمولاً للعناصر المهمة في القرار، حيث يشتمل هذا النموذج على التوزيع الاحتمالي الكامل للمطالبات وتكلفة عملية اسناد الخطر، وموقف المؤمن تجاه الخطر. ينتج نموذج المنفعة المتوقع تفضيلات صانع القرار المرجحة على توزيع الخسارة الكامل ولا يستند فقط إلى جزء صغير (وغير محتمل) من توزيع الخسائر كما في النماذج الأخرى.

يقوم النموذج على ما يلي:

إذا كان A_t يمثل الأصول في بداية الفترة ، A_{t+1} تمثل الأصول في نهاية الفترة، من من ثم يمكن صياغة العلاقة بينهما على النحو التالي:

$$A_{t+1} = A_t + R_t + I_t - X_t - O_t$$

حيث:

R_t = دخل الأقساط خلال الفترة

I_t = دخل الاستثمار خلال الفترة

X_t = حجم الخسارة المحققة

O_t = المصروفات خلال الفترة (مصروفات التشغيل، العمولات، ...).

عند اسناد الخطر لمعيد تأمين، يكون لشاغل الرئيسي للمؤمن المباشر هو عدم التأكد التأكد المرتبط بالمطالبات، وبالتالي سوف يتم تحديد متغير الأصول A والذي يمثل جميع التدفقات النقدية التي تؤثر على الأصول خلال الفترة باستثناء مطالبات

التأمين. من ثم يمكن عرض صافي الأصول في نهاية الفترة على أنها $(A_t^* - X_t)$ ، $(A_t^* - X_t)$ ، حيث إن:

$$A_t^* = A_t + R_t + I_t - O_t$$

إذا لم يتم اسناد الخطر، فإن لشركة لديها منفعة متوقعة في نهاية الفترة كما يلي:

$E[U(A_t^* - X_t)]$ حيث U هي دالة المنفعة، X هي مطالبات شركة التأمين المسندة، المسندة، E هي رمز التوقع.

٣. ١ تحليل قرار شراء إعادة التأمين

إذا كان من الممكن شراء إعادة تأمين مقابل قسط إعادة تأمين P_t ، وكلت Y تمثل تمثل المطالبات المحتفظ بها بعد إعادة التأمين، فإن أفضل اتفاقية إعادة تأمين هي تلك تلك التي تحقق الحد الأقصى لدالة المنفعة التالية:

$$\max E[U(A_t^* - P_t - Y_t)]$$

إن استخدام هذا النهج يمكن متخذي قرار إعادة التأمين من معرفة مقدار قيمة عقد عقد إعادة التأمين، قبل الدخول في مفاوضات مع واحد أو أكثر من معيدي التأمين. التأمين. ولذلك، ينطوي وضع التقييم هذا على حل معادلات عدم وجود فرق بين وضع وضع لشركة بدون إعادة تأمين ووضعها مع وجود إعادة التأمين، من أجل تحديد الحد الحد الأقصى لأقساط إعادة التأمين التي ستدفعه لشركة، بحيث يكون المؤمن غير مبال غير مبال indifference بين إعادة التأمين أو عدم إعادة التأمين. ومن ثم لأي فرصة إعادة تأمين محتملة عندما يتم تحويل التزامات المطالبات X قبل إعادة التأمين التأمين إلى صافي التزامات المطالبات Y بعد إعادة التأمين، فإن P يعرف على أنه أنه قسط إعادة التأمين المحدد الذي يجب أن تكون لشركة المسندة على استعداد لدفعه. لدفعه. يمكن صياغة معادلة المنفعة المتوقعة لمؤمن ما لفترة زمنية محددة كما يلي: يلي:

$$E[U(A - P - \mathrm{Y})] = E[U(A - \mathrm{X})] \qquad (1)$$

تعتبر المطالبات المحتفظ بها Y دالة في توزيع المطالبات الأصلية X ونوع إعادة التأمين ونطاقه. تستخدم المعادلة (1) في توليد الحدود العليا لأقساط إعادة التأمين على على الوثائق الفردية أو الجماعية أو لفرع معين، من خلال تقدير دالة كثافة الاحتمال الاحتمال للمطالبات X ، باستخدام البيانات التاريخية والتنبؤات المستقبلية.

ومن الممكن استخدام المعادلة (1) لأي دالة منفعة وأي دالة كثافة احتمال تمثل توزيع توزيع المطالبات، وسنوضح فقططريقة اتخاذ القرار باستخدام دالة منفعة أسية. هذا هذا الاختيار مبنيا على الاستخدام لسلق من قبل:

[Borch (1974), Freifelder (1979) and Samson et al. (1983)]

تختلف دالة كثافة الاحتمال لتوزيع المطالبات حسب أنواع التأمين ذات الأهمية الكبيرة. الكبيرة. تأخذ دالة المنفعة الأسية لشكل التالي:

$$U(A) = -e^{-kA}$$

حيث k ثابت يقيس درجة كره أو تجنب المؤمن للمخاطر.

٣. ٢ حساب الحد الأقصى لقسط إعادة التأمين

يعتمد حساب الحد الأقصي لأقساط إعادة التأمين على توزيع الخسارة. ويختلف توزيع توزيع الخسارة لكل نوع من أنواع تأمينات الممتلكات والمسؤولية، غير أنه سوف سوف نستخدم التوزيع الأسي في ايجاد المعادلات الأساسية للدراسة، ثم نعوض بعد بعد ذلك بمعالم كل توزيع في المعادلات الناتجة. يوضح ملحق (B) اشتقاق معادلات معادلات الدراسة.

في حالة ترتيبات إعادة تأمين نسبية يكون المبلغ الواجب سداده من قبل المؤمن هو: هو:

$$Y = F\,X \quad 0 < F < 1$$

حيث F هي نسبة الجزء المحتفظ به.

وتكون دالة كثافة الاحتمال للمتغير Y كما يلي:

$$g(Y) = \frac{1}{F} f(y)$$

ومن ثم تصبح معادلة (1) كما يلي:

$$\int_0^{\infty} -e^{-k(A-P-Y)} \frac{1}{F} f(y)\, dY = \int_0^{\infty} -e^{-k(A-X)} f(x)\, dX \qquad (2)$$

الهدف من صياغة هذه المعادلة هو الحصول على قيمة P (قسط إعادة التأمين) الذي الذي يكون المؤمن على استعداد لسداده لمعيد التأمين والذي يعتمد على درجة كره كره المؤمن للخطر وعلى توزيع الخسارة.

أما في حالة ترتيبات إعادة تأمين لا نسبية مع حد احتفاظ (C)، يكون المبلغ الواجب سداده من قبل المؤمن هو: $Y = \min(X, C)$

وتكون دالة كثافة الاحتمال للمتغير Y كما يلي:

$$g(Y) = \begin{cases} f(x) & if\ X \le C \\ \int_C^{\infty} f(y)\, dY & if\ X > C \end{cases} \qquad (3)$$

ومن ثم تصبح معادلة (1) كما يلي:

$$\int_0^{C} -e^{-k(A-P-Y)} f(y)\, dY + \int_C^{\infty} -e^{-k(A-P-C)} f(y)\, dY = \int_0^{\infty} -e^{-k(A-X)} f(x)\, dX \qquad (4)$$

ومن حل المعادلة (3) نحصل على قيمة P في حالة الاتفاقية اللانسبية.

٣. ٣ حساب القيمة المتوقعة لقسط إعادة التأمين

عندما نحصل على قيمة قسط إعادة التأمين (P) حسب النموذج المطبق، فيجب أن يتم أن يتم مقارنته مع القيمة الفعلية المتوقعة لخسارة المؤمن والتي تمثل الأسعار

لسوقية لإعادة التأمين، حتى يمكن للمؤمن دراسة جدوى إعادة التأمين. يتم حساب حساب القيمة المتوقعة كما يلي:

نسبي: $\int_0^\infty (1-F) X\, f(x) dx$ (5)

لانسبي: $\int_C^\infty (X-C)\, f(x)\, dx$ (6)

٣. ٤ اتخاذ قرار إعادة التأمين الأمثل

توجد عدة عوامل تؤثر على قرار إعادة التأمين. ولا يمكن اتخاذ قرار إعادة التأمين في معزل عن الأمور الأخرى بسبب اعتماد كل من الأهداف والقيود على عدد من القرارات المالية وغيرها من القرارات المتعلقة بالمخاطر مثل سياسات تحديد المخصصات والاحتياطيات وقرارات تعديل الأقساط، وحجم فائض الشركة. [Samson et al. (1983)]

غير أنه سوف نفترض في هذه الدراسة أن القرار يتم اتخاذه دون اعتبار العوامل السابقة، وذلك من أجل التركيز على عملية إعادة التأمين والقيمة النسبية لمجموعة البدائل المتاحة. وسوف نعتبر أن أهم العوامل المؤثرة في القرار هي القسط الذي سيدفعه المؤمن ودرجة تجبنه للخطر. وقد يكون المؤمن لديه استعداد لتحمل مخاطر أكبر حيث إنه يتمتع بمركز مالي قوي، وقد يكون مؤمن آخر متجنب للخطر بشكل كبير ومستعد لدفع أي مبلغ لتحويل هذا الخطر لمعيدي التأمين. وقد تكون الأبعاد الأخرى غير تلك المتعلقة مباشرة بالمخاطر ذات قيمة لبعض شركات التأمين. على سبيل المثال، قد تقدر بعض شركات التأمين (الصغيرة على وجه الخصوص) "الخبرة الفنية" التي يمكن لمعيدي التأمين توفيرها.

يتم اتخاذ قرار شراء اعادة التأمين المناسب حسب ما يلي:

أولاً– فحص البدائل واختيار البديل الذي يكون فيه قسط السوق أعلى من قيمة (P) المقابلة. ويتم ذلك بمقارنة الفرق بين أسعار الأقساط السوقية والقسط المحسوب (P)، كلما زاد الفرق كلما كان أفضل.

ثانيا– من خلال حساب المنفعة المتوقعة (EU) لكل خيار، باستخدام أسعار الأقساط لمعرفة الخيار الذي يحتوي على أعلى منفعة متوقعة. ويتم حساب نقطة التعادل على مقياس الأقساط بحيث تكون نقاط المنفعة المتوقعة متكافئة.

رابعا – التطبيق العملي للنموذج

سوف يتم تطبيق نموذج تحليل قرار شراء إعادة التأمين في الجزء التالي من البحث. تم البحث. تم اختيار الأنواع التالية من تأمينات الممتلكات والمسؤوليات في شركة مصر مصر للتأمين:

- تأمين الحريق
- تأمين الطيران
- تأمين البترول
- تأمين البحري
- التأمين
- تأمين السفن
- الهندسي

سوف نتوصل لتوزيع المطالبات المنلسب لكل نوع من أنواع التأمينات لسابقة، باستخدام البرنامج الإحصائي R. يعرض ملحق (A) لصياغة المستخدمة لكود البرنامج. البرنامج.

١. تأمين الحريق

بداراسة التوزيع المنلسب للبيانات لضح أنه توزيع معكوس جاما "Inverse Gamma" .

تأخذ شكل دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع ما يلي:

$$f(x;\ \alpha,\lambda) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\left(\frac{1}{x}\right)^{\alpha-1} exp\left(-\frac{\lambda}{x}\right),\ x > 0$$

$$\mu = \frac{\lambda}{(\alpha-1)}\ \ \alpha > 0, \qquad Var = \frac{\lambda^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}\ \alpha > 2$$

توزيع معكوس جاما عبارة عن توزيع ذات معلمتين من التوزيعات الاحتمالية المستمرة المستمرة على الخط الحقيقي الموجب، وهو توزيع مقلوب المتغير الذي يتبع توزيع جاما، توزيع جاما، ولذلك فإنه ينسب أحيانا تمثيل خسائر التأمين مثل توزيع جاما. [Kaas, [Kaas, et al., 2009]

بدراسة بيانات التعويضات في فرع الحريق في شركة مصر للتأمين، تم تقدير معلمات معلمات توزيع معكوس جاما وحساب متوسط حجم الخسارة، حيث بلغ (199.175) (199.175) مليون جنيه.

يوضح جدول (1) استخدام حدود ونسب احتفاظ مختلفة، مع درجات مختلفة لتجنب الخطر لتجنب الخطر متدرجة من الأدنى للأعلى، لحساب قيم أقساط إعادة التأمين التي يجب على يجب على المؤمن سدادها لمعيد التأمين وفقا لمقدار احتفاظه من الخطر ودرجة كرهه كرهه للخطر.

كذلك تم احتساب القيمة المتوقعة للخطر، وهي تعادل سعر الخطر لسوقي وذلك فيظل أن فيظل أن المؤمن غير مبال بالخطر أو لديه اتجاه محايد تجاه الخطر.

جدول (1) أقساط إعادة التأمين لتأمين الحريق (بالمليون جنيه)

Proportional reinsurance					Non-proportional reinsurance				
F	*k*				C	*k*			
	0.00001	0.0001	0.001	E.V		0.00001	0.0001	0.001	E.V
0	199.374	201.185	222.113	199.175	0	199.374	201.185	222.113	199.175
0.1	179.454	181.248	201.994	179.258	50	155.155	156.959	177.814	154.961
0.2	159.531	161.271	181.463	159.340	80	133.486	135.271	155.942	133.296
0.3	139.603	141.254	160.501	139.423	100	120.749	122.515	142.987	120.562
0.4	119.672	121.196	139.090	119.505	120	109.229	110.968	131.180	109.045
0.5	99.736	101.099	117.211	99.588	150	93.977	95.665	115.378	93.799
0.6	79.797	80.960	94.842	79.670	170	85.012	86.660	105.973	84.839
0.7	59.854	60.782	71.961	59.753	200	73.142	74.722	93.350	72.977
0.8	39.907	40.562	48.545	39.835	220	66.165	67.695	85.818	66.006
0.9	19.955	20.302	24.567	19.918	250	56.928	58.377	75.687	56.777
1	0	0	0	0	270	51.498	52.891	69.631	51.353
					300	44.309	45.616	61.470	44.174

المصدر: من إعداد الباحثة

يتضح من الجدول السابق أنه كلما زاد احتفاظ المؤمن من الخطر كلما قلت تكلفة إعادة إعادة التأمين، وهذا أمر متوقع. وكلما زادت درجة كره المؤمن للخطر ومحاولة تجنبه تجنبه كلما زاد الجزء المسند لإعادة التأمين، وكلما زاد قسط إعادة التأمين الذي سيكون سيكون المؤمن على استعداد لسداده والتضحية بجزء من أرباحه. أي أن المؤمن هنا هنا سيضحي بقسط إعادة تأمين – والذي يعتمد على نوع الاتفاقية وتوزيع الخسارة الخسارة ومقدار الاحتفاظ مقابل أن معيد التأمين سيتشارك معه في سداد الخسائر.

الخسائر.

بناء على جدول (1)، يمكن اتخاذ قرار شراء اعادة التأمين المناسب حسب ما يلي:

يلي:

أولاً– من خلال فحص البدائل وبمقارنة الفرق بين أسعار الأقساط السوقية والقسط المحسوب المحسوب P. من الواضح أن الأقساط المحسوبة أكبر دائما الأقساط السوقية، وتزيد الفروق وتزيد الفروق كلما زادت درجة تجنب الخطر. وبناء على ذلك فإن أفضل وضع أن تكون تكون درجة كره المؤمن للخطر هي $(k = 0.00001)$

ثانيا – من خلال حساب المنفعة المتوقعة (EU) لكل خيار:

في حالة الاتفاقية النسبية:

$$EU = \int_0^{\infty} -e^{-k(A-P-Y)} \frac{1}{F} f(Y) dY$$

في حالة الاتفاقية اللانسبية:

$$EU = \int_0^{C} -e^{-k(A-P-Y)} f(y)\, dY + \int_C^{\infty} -e^{-k(A-P-C)} f(y)\, dY$$

إذا اختارت لشركة ابرام اتفاقية نسبية بحد احتفاظ 20%، فسوف تكون منفعتها المتوقعة مع k=0.00001 ، وبدون اعتبار قيمة أصول لشركة (A) هي:

$$EU = \frac{1}{\mu F\,(1/\mu F - k)} e^{kP} = -1.003607335 \text{ وحدة}$$

أما إذا اختارت لشركة اتفاقية لا نسبية بحد احتفاظ 80 مليون جنيه فسوف تكون المنفعة المتوقعة كما يلي:

$$EU = e^{kP+kC-C/\mu}\left(\frac{1/\mu}{1/\mu - k} - 1\right) - e^{kP} = -1.00204$$ وحدة

يمكن لمعيد التأمين استخدام المعلومات المكتسبة من استخدام هذه الطريقة لفحص البدائل ومقارنتها، وكقاعدة معلومات للتفاوض مع معيدي التأمين والوسطاء. ويتم حساب نقطة التعادل على مقياس الأقساط بحيث تكون نقاط المنفعة المتوقعة متكافئة.

وإيجازا لما سبق، يمكن لصانع القرار استخدام هذا النهج للحصول على نظرة ثاقبة ورؤى حول الأفضلية النسبية لمختلف بدائل إعادة التأمين. ويمكنه أيضًا أن يرى كم تزيد أقساط صفقة إعادة التأمين التي أبرمها عن القيمة المتوقعة لإعادة التأمين، وما إذا كانت "صفقة جيدة" من حيث الشروط مقارنة مع قيمة P المناسبة.

أوضحنا سابقا أن قرار شراء إعادة التأمين سوف يتم اتخاذه في معزل عن الأمور الأخرى الخاصة بالمؤمن. ولكن عند مقارنة البدائل واخيار البديل المناسب لابد من اعتبار الامور الأخرى للمؤمن. فقد يدل حجم المنفعة المتوقعة لمؤمن ما على أن هذا الاختيار هو الأمثل بالنسبة للمؤمن، ولكن عند اعتبار فائض المؤمن، وحجم اعماله الأخرى وخبرة الخسارة وغيرها من الأمور، من الممكن ألا يكون هذا القرار هو الأمثل ويختار بديل يحقق منفعة أقل ولكنه يناسب وضعه المالي وخبرته، لاسيما إذا كان المؤمن ذو حجم صغير أو مؤمن جديد في مجال العمل. ففي مثل هذه الأحوال سيكون المؤمن متجنب للخطر بدرجات أعلى وعلى استعداد لسداد تكلفة أكبر لتجنب الخطر وتحويله لمعيد التأمين. النقطة الأساسية التي يركز عليها البحث هي أن يكون المؤمن على دراية بالحد الأقصى لقسط إعادة التأمين الذي يجب عليه سداده، ومن ثم يستطيع دراسة وتحليل قراره والتفاوض مع معيدي التأمين في ظل هذه المعلومات. سوف يتم مقارنة البدائل لبقية أنواع التأمين بالمثل.

٢. التأمين البحري

بدراسة التوزيع المنلسب للبيانات اتضح أنه توزيع وايبل من النوع الثاني "Weibull type 2". تأخذ شكل دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع ما يلي:

$$f(x;\ \alpha, \lambda) = \alpha\lambda x^{\alpha-1} \exp -(\lambda x^{\alpha}) \quad ;\ x > 0$$

$$\mu = \lambda^{-1/\alpha}\ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), Var = \lambda^{-2/\alpha}\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right)^2\right]$$

يعتبر توزيع Weibull نموذجا متعدد الاستخدامات لنمذجة الخسارة في التأمينات التأمينات العامة، نظرا لمدى ملاءمته لنمذجة البيانات بشكل منلسب لأنه يتميز بدرجة بدرجة عالية من الالتواء الموجب والتي تعد من الخصائص النموذجية لمبالغ المطالبات [Das, et al. (2019)]. فهذا التوزيع له ذيل ممتد يمثل المطالبات الكبيرة التي التي تمثل تهديدا على سلامة المؤمن المالية والتي يولي لها المؤمن قدرا كبيرا من من الاهتمام عند اتخاذ قرار بخصوص اسناد الخطر. وتوزيع وايبل له ثلاثة أنواع، أنواع، [Weibull type 1, Weibull type 2, Weibull type 3]، وجميعها تمثل على خط خط الأعداد الحقيقية الموجب وذات إلتواء جهة اليمين.

بدراسة بيانات التعويضات في فرع البحري في شركة مصر للتأمين، تم تقدير متوسط حجم متوسط حجم الخسارة بمبلغ (46.8361) مليون جنيه.

جدول (2) أقساط إعادة التأمين لتأمين الطيران (بالمليون جنيه)

Proportional reinsurance					Non-proportional reinsurance				
F	K				C	K			
	0.00001	0.0001	0.001	E.V		0.00001	0.0001	0.001	E.V
0	46.847	46.946	47.968	46.836	0	46.847	46.946	47.968	46.836
0.1	42.163	42.261	43.274	42.152	10	37.843	37.941	38.961	37.832
0.2	37.479	37.575	38.557	37.469	15	34.012	34.110	35.125	34.002
0.3	32.795	32.885	33.818	32.785	20	30.569	30.666	31.672	30.560
0.4	28.111	28.194	29.056	28.102	25	27.475	27.571	28.563	27.466
0.5	23.426	23.501	24.272	23.418	30	24.694	24.788	25.764	24.685
0.6	18.741	18.805	19.464	18.734	35	22.194	22.287	23.242	22.186

0.7	14.056	14.107	14.634	14.051	40	19.948	20.038	20.970	19.939
0.8	9.371	9.407	9.780	9.367	45	17.929	18.016	18.922	17.921
0.9	4.686	4.705	4.902	4.684	50	16.114	16.198	17.075	16.106
1	0	0	0	0	55	14.483	14.564	15.410	14.476
					60	13.017	13.095	13.909	13.010

المصدر: من إعداد الباحثة

٣. تأمين السفن

بدراسة التوزيع المناسب للبيانات اتضح أنه توزيع وايبل "Weibull" . تأخذ تأخذ شكل دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع ما يلي:

$$f(x;\alpha,\lambda)=\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\alpha-1} exp-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\alpha} \quad ,x>0$$

$$\mu=\lambda\,\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right),Var=\lambda^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)-\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right)^2\right]$$

بدراسة بيانات التعويضات في فرع السفن في شركة مصر للتأمين، تم تقدير متوسط حجم متوسط حجم الخسارة بمبلغ (54.40744) مليون جنيه.

جدول (3) أقساط إعادة التأمين لتأمين السفن (بالمليون جنيه)

Proportional reinsurance					Non-proportional reinsurance				
F	k				C	k			
	0.00001	0.0001	0.001	E.V		0.00001	0.0001	0.001	E.V
0	54.422	54.556	55.944	54.407	0	54.422	54.556	55.944	54.407
0.1	48.981	49.114	50.488	48.967	10	45.287	45.421	46.806	45.273
0.2	43.540	43.669	45.002	43.526	15	41.312	41.445	42.826	41.299
0.3	38.099	38.220	39.487	38.085	20	37.686	37.818	39.191	37.673
0.4	32.657	32.769	33.940	32.644	25	34.378	34.509	35.869	34.365
0.5	27.215	27.315	28.363	27.204	30	31.361	31.490	32.834	31.348
0.6	21.772	21.858	22.754	21.763	35	28.608	28.736	30.060	28.596
0.7	16.330	16.398	17.114	16.322	40	26.097	26.223	27.523	26.086
0.8	10.887	10.935	11.442	10.881	45	23.807	23.929	25.204	23.795
0.9	5.444	5.469	5.737	5.441	50	21.718	21.837	23.081	21.706
1	0	0	0	0	55	19.811	19.928	21.140	19.801
					60	18.073	18.185	19.363	18.062

المصدر: من إعداد الباحثة

٤. تأمين الطيران

بدراسة التوزيع المناسب للبيانات اتضح أنه التوزيع الأسي "Exponential"

"Exponential" . تأخذ شكل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الأسي ما يلي:

$$f(X) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$\mu = 1/\lambda \quad Var = 1/\lambda^2$$

ويتميز التتوزيع الأسي بذيل خفيف ملتو ناجية اليمين، وأنه توزيع منعدم الذاكرة، الذاكرة، حيث يتساوى وسطه مع انحرافه المعياري.

بدراسة بيانات تعويضات تأمين الطيران في شركة مصر للتأمين، تم تقدير متوسط حجم حجم الخسارة بمبلغ (270.2723) مليون جنيه، ويعتبر الأعلى بين تعويضات الفروع الفروع المختلفة.

يوضح جدول (4) التالي حسابات أقساط إعادة التأمين عند كل درجة من درجات تجنب تجنب الخطر وعند حدود ونسب الاحتفاظ المختلفة.

جدول (4) أقساط إعادة التأمين لتأمين الطيران (بالمليون جنيه)

Proportional reinsurance					Non-proportional reinsurance				
F	k				C	k			
	0.00001	0.0001	0.001	E.V		0.00001	0.0001	0.001	E.V
0	270.638	273.992	315.083	270.272	0	270.638	273.992	315.083	270.272
0.1	243.607	246.928	287.684	243.245	50	224.990	228.338	269.372	224.625
0.2	216.569	219.790	259.513	216.218	80	201.389	204.721	245.604	201.025
0.3	189.524	192.579	230.525	189.190	100	187.048	190.363	231.076	186.687
0.4	162.471	165.294	200.672	162.163	150	155.510	158.755	198.775	155.156
0.5	135.411	137.934	169.900	135.136	200	129.293	132.429	171.383	128.951
0.6	108.343	110.499	138.151	108.109	250	107.498	110.493	148.050	107.172
0.7	81.268	82.989	105.361	81.082	300	89.379	92.208	128.099	89.071
0.8	54.186	55.402	71.460	54.054	350	74.315	76.960	110.988	74.028
0.9	27.097	27.739	36.368	27.027	400	61.790	64.242	96.273	61.525
1	0	0	0	0	500	42.720	44.776	72.642	42.497

المصدر: من إعداد الباحث

٥. التأمين الهندسي

بداراسة التوزيع المنلسب للبيانات لضح أنه توزيع معكوس جاوس "Inverse Gaussian". تأخذ شكل دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع ما يلي:

$$f(x;\alpha,\lambda)=\frac{\alpha}{\sqrt{2\pi\lambda x^3}}\exp\left[-\frac{(\alpha-\lambda x)^2}{2\lambda x}\right]\ ,x>0$$

$$\mu=\frac{\alpha}{\lambda}\ ,Var=\alpha/\lambda^2$$

تشبه خصلص هذا التوزيع خصلص توزيع جاما والتوزيع لطبيعي اللوغاريتمي. يوصى يوصى أحياناً بتوزيع معكوس جاوس كنموذج لخسائر التأمين، لأنه شديد الالتواء جهة اليمين. [Clark, et al. 2004]

بدراسة بيانات تعويضات تأمين لطيران في شركة مصر للتأمين، تم تقدير متوسط حجم حجم لخسارة وفقا لتوزيع مكعوس جاوس بمبلغ (92.55567) مليون جنيه.

جدول (5) أقساط إعادة التأمين للتأمين الهندسي (بالمليون جنيه)

Proportional reinsurance					Non-proportional reinsurance				
F	k				C	K			
	0.00001	0.0001	0.001	E.V		0.00001	0.0001	0.001	E.V
0	92.596	92.984	97.121	92.554	0	92.596	92.984	97.121	92.554
0.1	83.341	83.725	87.822	83.298	20	74.610	74.997	79.122	74.568
0.2	74.084	74.457	78.437	74.043	30	66.973	67.358	71.462	66.932
0.3	64.826	65.180	68.962	64.787	40	60.118	60.499	64.568	60.078
0.4	55.568	55.894	59.397	55.532	50	53.965	54.341	58.358	53.926
0.5	46.309	46.600	49.739	46.277	60	48.441	48.811	52.761	48.404
0.6	37.049	37.298	39.987	37.021	70	43.484	43.845	47.714	43.447
0.7	27.788	27.986	30.139	27.766	80	39.033	39.385	43.160	38.998
0.8	18.526	18.666	20.193	18.511	90	35.039	35.380	39.050	35.005
0.9	9.263	9.337	10.148	9.255	100	31.453	31.783	35.338	31.420
1	0	0	0	0	110	28.234	28.552	31.984	28.202
					200	10.686	10.885	13.111	10.666

المصدر: من إعداد الباحثة

٦. تأمين البترول

بداراسة التوزيع المنلسب للبيانات لضح أنه التوزيع الأسي "Exponential" .

بدراسة بيانات تعويضات تأمين الطيران في شركة مصر للتأمين، تم تقدير متوسط حجم حجم الخسارة بمبلغ (250.1567) مليون جنيه.

جدول (6) أقساط إعادة التأمين لتأمين البترول (بالمليون جنيه)

Proportional reinsurance					Non-proportional reinsurance				
F	*k*				C	*K*			
	0.00001	0.0001	0.001	E.V		0.00001	0.0001	0.001	E.V
0	250.470	253.339	287.891	250.157	0	250.470	253.339	287.891	250.157
0.1	225.451	228.292	262.557	225.141	50	205.149	208.012	242.503	204.841
0.2	200.426	203.182	236.565	200.125	80	181.998	184.845	219.176	181.693
0.3	175.395	178.009	209.879	175.110	100	168.036	170.864	205.018	167.734
0.4	150.357	152.772	182.461	150.094	120	155.146	157.949	191.864	154.847
0.5	125.313	127.472	154.270	125.078	150	155.146	140.397	173.838	137.349
0.6	100.263	102.107	125.261	100.063	170	127.084	129.800	162.851	126.797
0.7	75.207	76.678	95.386	75.047	200	112.748	115.394	147.755	112.468
0.8	50.144	51.184	64.591	50.031	220	104.101	106.694	138.533	103.827
0.9	25.075	25.625	32.817	25.016	250	92.358	94.865	125.835	92.095
1	0	0	0	0	270	85.276	87.720	118.063	85.019
					300	75.658	78.002	107.343	75.412

المصدر: من إعداد الباحثة

النتائج والتوصيات:

تناولت هذه الدراسة تحليل قرار إعادة التأمين بالنسبة لشركات التأمين المباشرة. يعتبر هذا القرار معقدا حيث يتضمن العديد من البدائل والحالات المختلفة. وقلمت الدراسة الدراسة على استخدام نماذج تحليل القرار المبنية على دالة المنفعة للمؤمن والتوزيع والتوزيع الاحتمالي للمطالبات، حيث إن هذه النماذج تكون مفيدة في كل من هيكلة وتقييم حالة اتخاذ قرار إعادة التأمين.

تم تطبيق هذه الدراسة على الأنواع الرئيسية من تأمينات الممتلكات والمسؤولية في في شركة مصر للتأمين وذلك للفترة من 2007/2008 وحتى 2020/2021 م. الأنواع الأنواع التي تم دراستها هي:

تأمين الحريق، التأمين البحري، تأمين السفن، تأمين الطيران، التأمين الهندسي، تأمين تأمين البترول.

وأهم ما توصلت اليه الدراسة ما يلي:

- اشتقاق معادلة حساب أقساط إعادة التأمين باستخدام دالة منفعة أسية، ودالة توزيع احتمالي للمطالبات أسية.

- بناء على بيانات المطالبات، ومخرجات برنامج R تم التوصل الى التوزيع الاحتمالي لكل نوع من أنواع التأمين تحت الدراسة وتقدير معالمهم كما يلي:

نوع التأمين	التوزيع الاحتمالي	متوسط التوزيع (بالمليون جنيه)
تأمين الحريق	معكوس جاما "Inverse Gamma"	199.175
التأمين البحري	وايبل من النوع الثاني "Weibull type 2"	46.8361
تأمين السفن	وايبل "Weibull"	54.40744
تأمين الطيران	الأسي "Exponential"	270.2723
التأمين الهندسي	معكوس جاوس "Inverse Gaussian"	92.55567
تأمين البترول	الأسي "Exponential"	250.1567

تعبر هذه التوزيعات من العائلة الأسية، ومن ثم تم استخدام التوزيع الأسي كأساس كأساس لاشتقاق المعادلات الخاصة ببقية التوزيعات التي تم استخدامها في الدراسة.

- من خلال فحص البدائل لاختيار البديل الأفضل، حيث يكون قسط السوق أعلى من قيمة P من قيمة P المقابلة. ويتم ذلك بمقارنة الفرق بين أسعار الأقساط السوقية والقسط

المحسوب P، أو من خلال حساب المنفعة المتوقعة (EU) لكل خيار، باستخدام أسعار أسعار الأقساط لمعرفة الخيار الذي يحتوي على أعلى منفعة متوقعة.

وأهم ما توصي به الدراسة فهو:

اعتماد نماذج تحليل القرار في اتخاذ القرارات المتعلقة بعمليات التأمين عموما، حيث حيث إن هذه النماذج تمكن متخذ القرار من الحصول على نظرة ثاقبة ورؤى حول الأفضلية الأفضلية النسبية لمختلف البدائل، وسهولة المقارنة واختيار الأفضل.

المراجع:

1. Baker, T., Simon, J., 2002. Embracing risk. In: Baker, T., Simon, J. (Eds.), Embracing Risk: The Changing Culture of Insurance and Responsibility. University of Chicago Press, Chicago, pp. 1–26.
2. Borch, K. (1960). An attempt to determine the optimum amount of stop loss reinsurance, Transactions of the 16th International Congress of Actuaries, vol. 1, pp. 597–610.
3. Borch, K. (1962), "Equilibrium in a Reinsurance Market," Econometrica 30, 424-444.
4. Borch, K. (1974). The Mathematical Theory of Insurance. Lexington Books: Lexington, Mass.
5. Cai, J., & Tan, K. (2007). Optimal retention for a stop-loss reinsurance under the VaR and CTE riskmeasures. Astin Bull., 37(1), 93–112.
6. Cai, J., Tan, K. S., Weng, C., & Zhang, Y. (2008). Optimal reinsurance under VaR and CTE risk measures. Insurance Math. Econom., 43., 185–196.
7. Das, Jagriti & Nath, Dilip C. (2019). Weibull Distribution As An Actuarial Risk Model Journal of Data Science,17(1). 161 – 194.
8. Clark, David R. and Thayer, Charles A. (2004). A Primer On The Exponential Family Of Distributions, Call Paper Program on Generalized Linear Models.
9. Dickson, David C.M. (2005). Reinsurance risk and ruin. Cambridge University Press.
10. Dickson, David C.M. & Waters, Howard R. (1996). Reinsurance and ruin, Insurance: Mathematics and Economics, Volume 19, Issue 1, 61-80.
11. El-bolkiny Mohamed T., et al. (2018). Estimate the Optimal Proportional Reinsurance Method in Property Insurance, Egyptian Journal of Commercial Studies, 41 (1), 291-337.
12. Freifelder, L. (1979). Exponential Utility Theory Ratemaking: An Alternative Ratemaking Approach. Journal of Risk and Insurance 46(3).
13. Garven, J.R., & Tennant, J.L. (2003), The demand for reinsurance: Theory and empirical tests, Assurances, 7 (3): 217-238.
14. Jiang,W.; Hong, H. and Ren, J. (2021), Pareto-optimal reinsurance policies with maximal synergy, Insurance Mathematics and Economics, vol. 96, pp. 185–198.
15. Kaas, Rob; Goovaerts, Marc; Dhaene, Jan & Denuit, Michel (2009). Modern Actuarial Risk Theory: Using R. Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
16. Karageyik, B. B., & Şahin, Ş. (2017). Determination of the Optimal Retention Level Based on Different Measures. Risk Financial Management., 10(1).

17. Mayers, D. and Smith, C.W. (1990), "On the Corporate Demand for Insurance: Evidence from the Reinsurance Market," Journal of Business, 63, 19-40.
18. Putri ,A. D.; Nurrohmah, S. and Fithriani, I. (2021) "Quota-share and stop-loss reinsurance combination based on value-at-risk (VaR) optimization," Journal of Physics: Conference Series,vol. 1725,no.1.
19. Rejda, George E. Michael J. McNamara (2017). Principles of Risk Management and Insurance, 14th Edition, Pearson.
20. Rigby, R. A.; Stasinopoulos, D. M.; Heller, G. Z. and De Bastiani, F. (2019). Distributions for modeling location, scale, and shape: Using GAMLSS in R, Chapman and Hall/CRC.
21. Samson, Danny, and Thomas, Howard (1983). Reinsurance Decision Making and Expected Utility. The Journal of Risk and Insurance 50 (2): 249–264.
22. Samson, Danny, and Thomas, Howard ———. 1985. "Decision analysis models in reinsurance." European Journal of Operational Research 19 (2): 201–211.
23. Swiss Re (2004). An Introduction to Reinsurance, http://www.swissre.com
24. Swiss Re (2012). The essential guide to reinsurance: Solutions to 21st Century Challenges, http://down.cenet.org
25. Waters, H. R. (1979). Excess Of Loss Reinsurance Limits. Scandinavian Actuarial Journal, (1), 37–43.
26. Waters, H. R. (1983). Some Mathematical Aspects Of Reinsurance. Insurance Math. Econom., 2, 17–26.

ملحق A

توفيق التوزيعات الاحتمالية على بيانات الخسارة

تم استخدام البرنامج الإحصائي R للوصول الى التوزيع الاحتمالي المناسب لكل نوع من أنواع التأمينات تحت الدراسة. وتم توفيق التوزيعات الاحتمالية بشكل أتوماتيكي حسب طبيعة بيانات الخسارة باستخدام حزمة gamlss (Generalized additive models for location scale and shape).

توفر حزمة gamlss لبرنامج R إمكانية تجربة العديد من التوزيعات المختلفة واختيار "الأفضل" وفقاً لمعيار معلومات أكايكي المعمم (Generalized Akaike information critersion GAIC). الدالة الرئيسية هي fitDist . وتكتب الدالة على الشكل التالي:

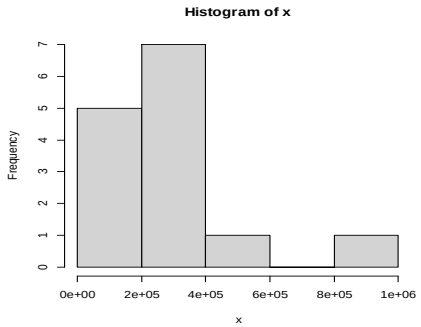
fitDist(x, k = 3, type = "realplus", trace = FALSE, try.gamlss = TRUE)

أحد الخيارات المهمة في هذه الدالة هو نوع التوزيعات التي تمت تجربتها كما يلي:

الإعداد type = "realline" سيوفق جميع التوزيعات المحددة على خط الأعداد الحقيقية بالكامل بينما الإعداد type ="realsplus" سيحاول فقط توفيق التوزيعات المحددة على خط الأعداد الحقيقية الموجب. الخيار الآخر المهم هو المعلمة (k) وهي تحدد عدد المعلمات في التوزيع. مثلا تحديد k = 2 يعني أنه يتم تحديد التوزيع "الأفضل" وفقاً لـ AIC الكلاسيكي ذو معلمتين. يمكن ضبط k على أي عدد معلمات نريده.

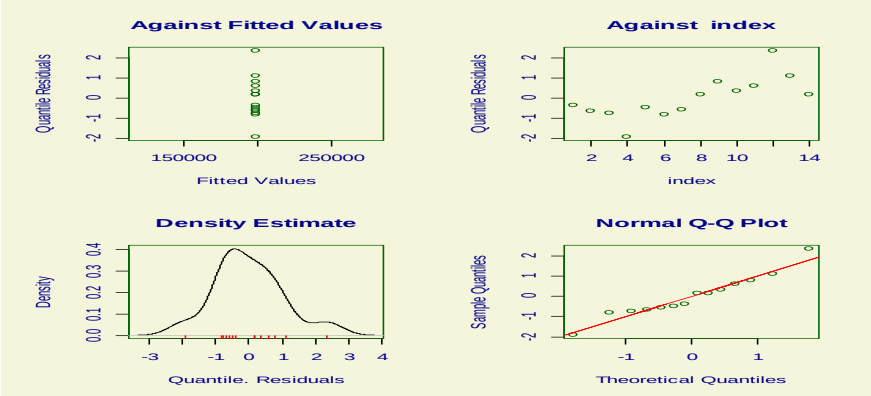
- أولا: تأمين الحريق

```
> x<-c(215454, 190901, 184056, 118528, 205597, 179785, 198471,
274188, 373749, 298621, 340196, 922224, 437208, 272753)
> hist(x)
```




```
> fit <- fitDist(x, k = 3, type = "realplus", trace = FALSE, try.gamlss =
TRUE)
> summary(fit)
**************************************************
Family:  c("IGAMMA", "Inverse Gamma")
```

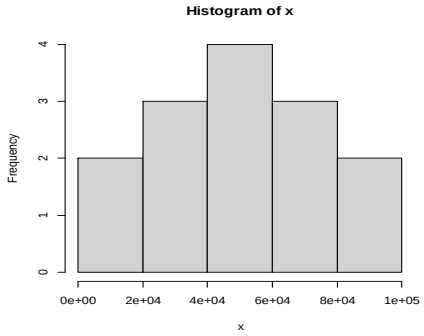
```
Call:  gamlssML(formula = y, family = DIST[i])
Fitting method: "nlminb"
Coefficient(s):
          Estimate  Std. Error  t value   Pr(>|t|)
eta.mu    12.201939    0.131961 92.46604 < 2.22e-16 ***
eta.sigma -0.819622    0.183190 -4.47416 7.6712e-06 ***
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
 Degrees of Freedom for the fit: 2 Residual Deg. of Freedom   12
Global Deviance:     367.112
            AIC:     371.112
            SBC:     372.39

> plot(fit)
******************************************************
            Summary of the Quantile Residuals
                        mean   =  -0.002719539
                    variance   =  1.077956
              coef. of skewness  =  0.4180368
              coef. of kurtosis  =  2.931094
Filliben correlation coefficient  =  0.9735001
******************************************************
```



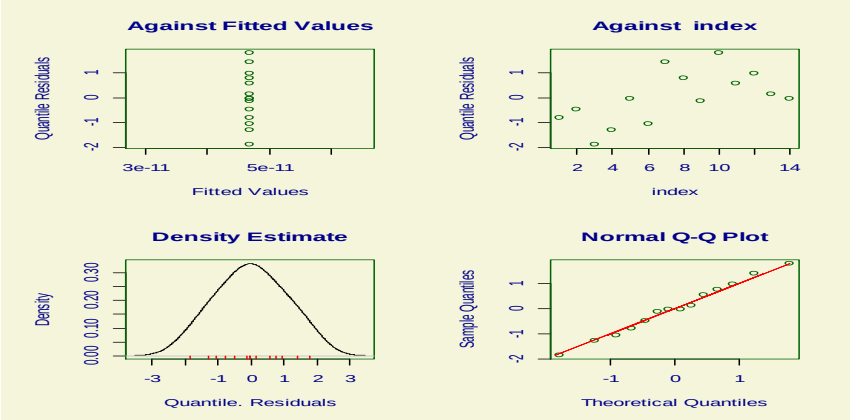

```
> fitted(fit, what = c("mu", "sigma", "nu", "tau"),parameter= NULL)
 [1] 199175
```

- ثانيا: التأمين البحري

```
> x<-c(28864, 35781, 11380, 19757, 46177, 23948, 85160, 67292, 44095,
96512, 61534, 72760, 50382, 45997)
> hist(x)
```



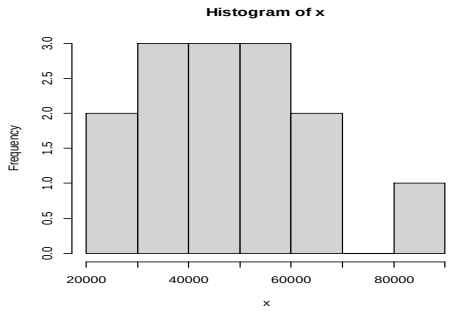

```
> fit <- fitDist(x, k = 3, type = "realplus", trace = FALSE, try.gamlss = TRUE)
> summary(fit)
**********************************************************
Family:  c("WEI2", "Weibull type 2")
Call:  gamlssML(formula = y, family = DIST[i])
Fitting method: "nlminb"
Coefficient(s):
            Estimate  Std. Error  t value   Pr(>|t|)
eta.mu    -23.784367    5.133014 -4.63361 3.5935e-06 ***
eta.sigma   0.777685    0.211795  3.67188 0.00024078 ***
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
 Degrees of Freedom for the fit: 2 Residual Deg. of Freedom   12
Global Deviance:     321.054
            AIC:     325.054
            SBC:     326.332
> plot(fit)
**********************************************
            Summary of the Quantile Residuals
                        mean   = -0.00476048
                    variance   = 1.086555
             coef. of skewness  = -0.01145281
             coef. of kurtosis  = 1.932329
Filliben correlation coefficient  = 0.9959554
```



> fitted(fit, what = c("mu", "sigma", "nu", "tau"),parameter= NULL)
[1] 46.8361

- ثالثا: تأمين السفن

> x<- c(37377, 36928, 26169, 63801, 36844, 21201, 83061, 59252, 44837, 57327, 56691, 66209, 49204, 43561)
> hist(x)



> fit <- fitDist(x, k = 3, type = "realplus", trace = FALSE, try.gamlss = TRUE)
> summary(fit)
****
Family: c("WEI", "Weibull")
Call: gamlssML(formula = y, family = DIST[i])
Fitting method: "nlminb"
Coefficient(s):

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)	
eta.mu	10.9042561	0.0855741	127.42468	< 2.22e-16	***
eta.sigma	1.1930608	0.2064865	5.77791	7.5634e-09	***

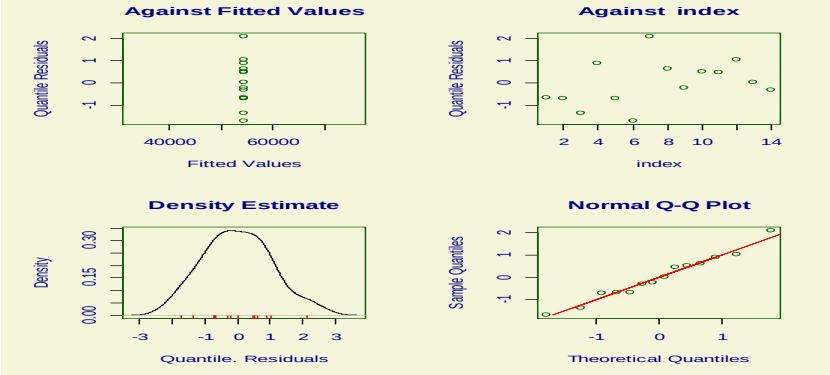
Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
Degrees of Freedom for the fit: 2 Residual Deg. of Freedom 12
Global Deviance: 310.876

AIC: 314.876
SBC: 316.154

```
> plot(fit)
```

****

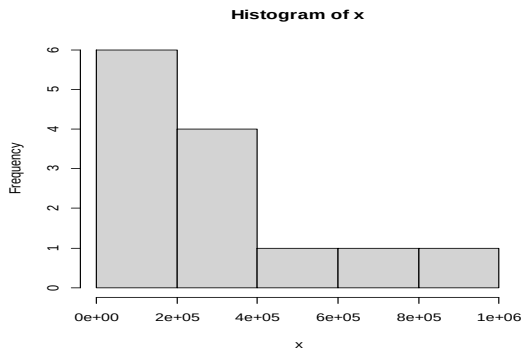
Summary of the Quantile Residuals
mean = 0.001134732
variance = 1.043137
coef. of skewness = 0.2041973
coef. of kurtosis = 2.259303
Filliben correlation coefficient = 0.9885215




```
fitted(fit, what = c("mu", "sigma", "nu", "tau"),parameter= NULL)
[1] 54407.44
```

- رابعا: تأمين الطيران

```
> x <- c(38556, 46099, 9547, 711845, 18362, 94404, 92814, 320391, 310945,
921519, 508083, 205318, 235657)
> hist(x)
```

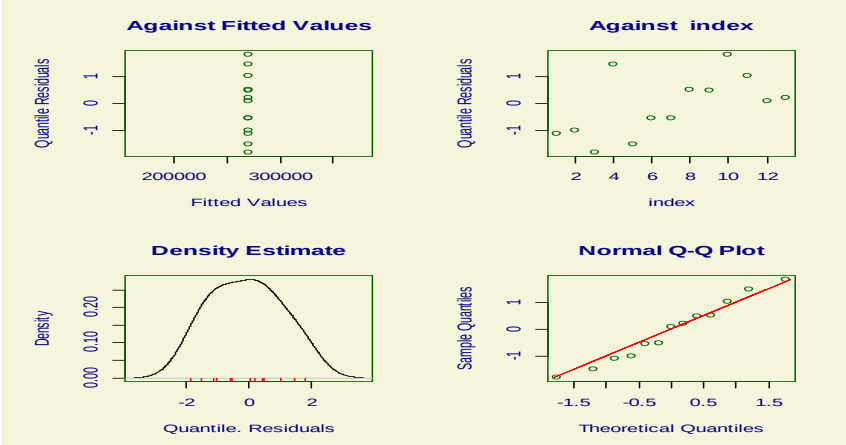



```
> fit <- fitDist(x, k = 3, type = "realplus", trace = FALSE, try.gamlss =
TRUE)
> summary(fit)
```

****

Family: c("EXP", "Exponential")
Call: gamlssML(formula = y, family = EXP)
Fitting method: "nlminb"
Coefficient(s):
       Estimate Std. Error t value   Pr(>|t|)
eta.mu 12.50718   0.27735 45.0953 < 2.22e-16 ***
Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
 Degrees of Freedom for the fit: 1 Residual Deg. of Freedom   12
Global Deviance: 351.187
          AIC: 353.187
          SBC: 353.752
> plot(fit)
****

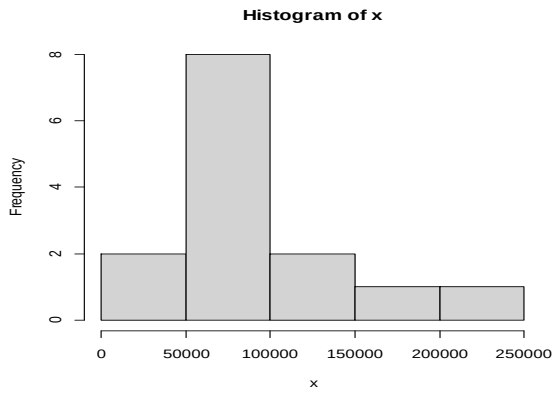
          Summary of the Quantile Residuals
                      mean   = -0.0720594
                  variance   = 1.28806
            coef. of skewness = 0.09800374
            coef. of kurtosis = 1.671478
Filliben correlation coefficient = 0.9902579



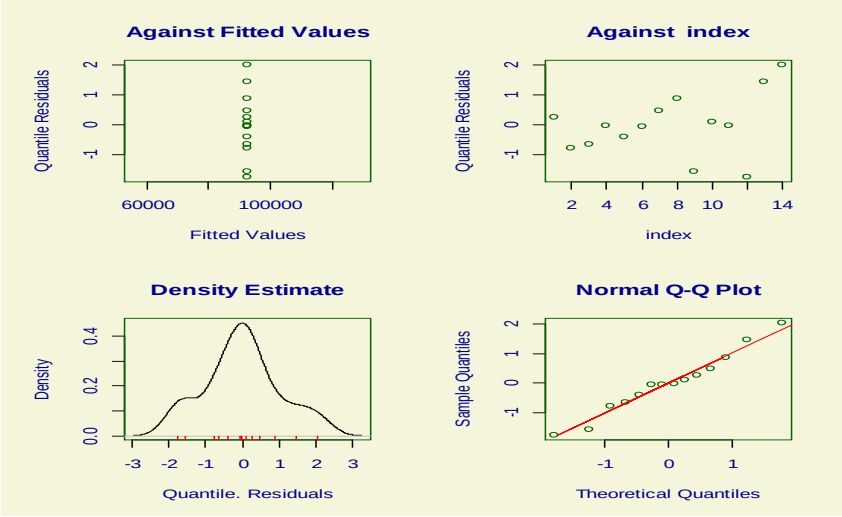
> fitted(fit, what = c("mu", "sigma", "nu", "tau"),parameter= NULL)
 [1] 270272.3

- خامسا: التأمين الهندسي

> x<- c(90747, 50451, 53930, 77101, 62344, 76115, 103982, 130042, 33107, 83405, 76897, 29939, 180691, 246998)
> hist(x)



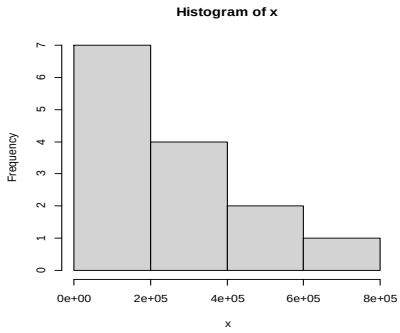

```
> fit <- fitDist(x, k = 3, type = "realplus", trace = FALSE, try.gamlss = TRUE)
> summary(fit)

**********************************************************
Family:  c("IG", "Inverse Gaussian")
Call:  gamlssML(formula = y, family = DIST[i])
Fitting method: "nlminb"
Coefficient(s):
          Estimate  Std. Error  t value   Pr(>|t|)
eta.mu    11.435566    0.162268  70.4734 < 2.22e-16 ***
eta.sigma -6.216784    0.188980 -32.8965 < 2.22e-16 ***
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
Degrees of Freedom for the fit: 2 Residual Deg. of Freedom   12
Global Deviance:     339.117
           AIC:     343.117
           SBC:     344.395
> plot(fit)
**********************************************************
            Summary of the Quantile Residuals
                        mean   =  -0.005614077
                    variance   =  1.073373
            coef. of skewness  =  0.1465196
            coef. of kurtosis  =  2.34109
Filliben correlation coefficient  =  0.9861419
```




```
> fitted(fit, what = c("mu", "sigma", "nu", "tau"),parameter= NULL)
 [1] 92555.67
```

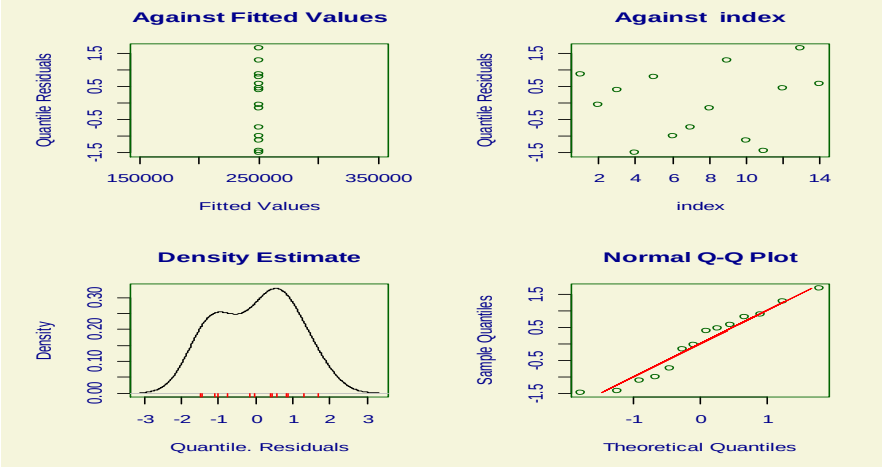
- سادسا: تأمين البترول

```
> x<- c(416519, 166418, 266458, 17541, 388952, 43205, 65009, 143400,
577106, 35592, 19437, 282125, 764720, 315712)
> hist(x)
```




```
> fit <- fitDist(x, k = 3, type = "realplus", trace = FALSE, try.gamlss =
TRUE)
> summary(fit)
******************************************************
Family:  c("EXP", "Exponential")
Call:  gamlssML(formula = y, family = EXP)
Fitting method: "nlminb"
Coefficient(s):
       Estimate  Std. Error  t value   Pr(>|t|)
eta.mu 12.429843    0.267261  46.5082 < 2.22e-16 ***
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
Degrees of Freedom for the fit: 1 Residual Deg. of Freedom   13
Global Deviance:     376.036
```

```
          AIC:     378.036
          SBC:     378.675
> plot(fit)
*******************************************************
          Summary of the Quantile Residuals
                       mean   =  0.006093118
                   variance   =  1.0535
             coef. of skewness  =  -0.06670535
             coef. of kurtosis  =  1.539624
Filliben correlation coefficient  =  0.9797893
```




```
fitted(fit, what = c("mu", "sigma", "nu", "tau"),parameter= NULL)
 [1] 250156.7
```

ملحق (B)

اشتقاق معادلة قسط إعادة التأمين (P) باستخدام التوزيع الأسي

معادلة المنفعة المتوقعة لمؤمن ما لفترة زمنية هي:

$$E[U(A-P-Y)] = E[U(A-X)] \qquad (1)$$

وهذه المعادلة هي المعادلة المحورية في تحليل قرار إعادة التأمين، والتي بناء عليها سنشتق قيمة أقساط إعادة التأمين لمختلف البدائل.

في حالة اتفاقية إعادة تأمين نسبية يكون المبلغ الواجب سداده من قبل المؤمن هو:

$$Y = F\,X \quad 0 < F < 1$$

حيث F هي نسبة الجزء المحتفظ به. وتكون دالة كثافة الاحتمال للمتغير Y كما يلي:

$$g(Y) = \frac{1}{F} f(y)$$

ومن ثم تصبح معادلة (1) كما يلي:

$$\int_0^{\infty} -e^{-k(A-P-Y)}\ \frac{1}{F} f(y)\ dY\ = \int_0^{\infty} -e^{-k(A-X)}\ f(x)\ dX \qquad (2)$$

سنستخدم التوزيع الأسي لايجاد قيمة قسط إعادة التأمين (P)، بالتعويض بمعادلة التوزيع الأسي نحصل على:

$$g(Y) = \frac{\lambda}{F} e^{-\lambda/FY}$$

ومن ثم تصبح معادلة (2) كما يلي:

$$\int_0^{\infty} -e^{-k(A-P-Y)}\ \frac{\lambda}{F} e^{-(\frac{\lambda}{F})Y}\ dY\ = \int_0^{\infty} -e^{-k(A-X)}\ \lambda e^{-\lambda X}\ dX$$

الطرف الأيسر للمعادلة:

$$-\frac{\lambda}{F}.\ e^{-k(A-P)} \int_0^{\infty}\ e^{kY-(\frac{\lambda}{F})Y}\ dY = \frac{\lambda}{F}.\frac{1}{k-\frac{\lambda}{F}}\ .\ e^{-k(A-P)}$$

الطرف الأيمن للمعادلة:

$$-\lambda e^{-kA} \int_0^{\infty} e^{-X(\lambda-k)}\ dX = -\frac{\lambda}{\lambda-k} e^{-kA}$$

وبتجميع طرفي المعادلة معا، نحصل على قيمة قسط إعادة التأمين (P):

$$P = \frac{1}{k}\ ln\ (\frac{\lambda - Fk}{\lambda - k})\ \ for\ \lambda < k$$

تستخدم هذه المعادلة كأساس لحساب اقساط إعادة التأمين لمختلف التوزيعات من العائلة الأسية، وذلك لصعوبة اشتقاق قيم باستخدام بقية التوزيعات، وبدلا من استخدام التكامل العددي.

يمكن إعادة كتابة معادلة قسط إعادة التأمين كما يلي:

$$P = \frac{1}{k}\ ln\ (\frac{1/\mu\ - Fk}{1/\mu\ - k})\ \ for\ \ (1/\mu) < k$$

- حساب القيمة المتوقعة لإعادة التأمين النسبي:

$$\int_0^{\infty} (1-F) X\ f(x)\ dx$$

في حالة التوزيع الأسي:

$$\int_0^{\infty} (1-F) X\ \lambda e^{-\lambda X}\ dx = \frac{1-F}{\lambda}$$

بالنسبة لبقية التوزيعات = $\mu(1-F)$

<u>في حالة اتفاقية إعادة تأمين لا نسبية مع حد احتفاظ C</u>، يكون المبلغ الواجب سداده من قبل المؤمن هو:

$$Y = \min(X, C)$$

وتكون دالة كثافة الاحتمال الأسية للمتغير Y كما يلي:

$$g(Y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda} & if\ X \le C \\ \int_C^{\infty} \lambda e^{-\lambda}\, dY & if\ X > C \end{cases}$$

ومن ثم تصبح معادلة (1) كما يلي:

$$\int_0^C -e^{-k(A-P-Y)}\, \lambda e^{-\lambda Y}\, dY + \int_C^{\infty} -e^{-k(A-P-C)}\, \lambda e^{-\lambda Y}\, dY = \int_0^{\infty} -e^{-k(A-X)}\, \lambda e^{-\lambda X}\, dX$$

الطرف الأيسر للمعادلة:

$$-\lambda\, e^{-k(A-P)} \int_0^C e^{-Y(\lambda-k)}\, dY + \int_C^{\infty} -e^{-k(A-P-C)}\, \lambda e^{-\lambda Y}\, dY$$

وباجراء التكامل للطرف الأيسر والتعويض بالحد الأعلى والحد الأدنى ينتج ما يلي:

$$\left[\frac{\lambda}{\lambda-k} * e^{-k(A-P)} * (e^{-C\,(\lambda-\mathrm{k})} - 1)\right] + \left[-e^{-k(A-P-C)-\lambda C}\right]$$

الطرف الأيمن للمعادلة:

$$\int_0^{\infty} -e^{-k(A-X)}\, \lambda e^{-\lambda X}\, dX = -\lambda\, e^{-k*A} \int_0^{\infty} e^{-X(\lambda-k)}\, dX$$

وباجراء التكامل للطرف الأيمن والتعويض بالحد الأعلى والحد الأدنى ينتج ما يلي:

$$\frac{\lambda}{\lambda-k} * e^{-k*A}$$

بتجميع الحدود معا وإجراء الاختصارات اللازمة نحصل على معادلة قسط إعادة التأمين التالية:

$$P = \frac{1}{k} * ln\, \frac{1}{1-(k/\lambda)\ *\ e^{C(k-\lambda)}} \quad for\ \lambda < k$$

ويمكن إعادة كتابة المعادلة السابقة لبقية التوزيعات كما يلي:

$$P = \frac{1}{k} * ln\, \frac{1}{1-k*\ \mu_x *\ e^{C(k-1/\mu_x)}} \quad for\ \lambda < k$$

- حساب القيمة المتوقعة لإعادة التأمين اللا نسبي:

$$\int_C^{\infty} (X-C)\, f(x)\, dx$$

في حالة التوزيع الأسي:

$$\int_C^{\infty} (X-C)\, \lambda e^{-\lambda X}\, dx$$

$$\int_C^{\infty} (X - C)\, \lambda e^{-\lambda X}\, dx = \int_C^{\infty} X\, \lambda e^{-\lambda X}\, dx - \int_C^{\infty} C\, \lambda e^{-\lambda X}\, dx$$

$$\left[\int_0^{\infty} X\, \lambda e^{-\lambda X}\, dx - \int_0^{C} X\, \lambda e^{-\lambda X}\, dx\right] - \int_C^{\infty} C\, \lambda e^{-\lambda X}\, dx$$

$$\frac{1}{\lambda} - \lambda\left[X.\frac{e^{-\lambda X}}{-\lambda}\Big|_0^C - \int_0^C \frac{e^{-\lambda X}}{-\lambda}\, dx\right] - C\lambda\, \frac{e^{-\lambda X}}{-\lambda}\Big|_C^{\infty}$$

$$\frac{1}{\lambda} + \left[(C - 0)(e^{-\lambda C} - 1) - \frac{e^{-\lambda X}}{-\lambda}\Big|_0^C\right] - Ce^{-\lambda C} + C$$

$$= \frac{1}{\lambda}\ e^{-\lambda C}$$

بالنسبة لبقية التوزيعات ستكون المعادلة كما يلي:

$$\mu\,.\ e^{-\frac{1}{\mu}C}$$